

Il gioco Rolling Cubes Pytagora e il lancio infinito!

I cugini Elisa e Giuseppe decidono di giocare a Rolling Cubes Pytagora. Obiettivo del gioco è costruire uguaglianze aritmetiche lanciando 13 dadi dove sono rappresentati:

- il simbolo "=" (1 dado)
- le operazioni (4 dadi)
- le cifre da 0 a 9 (8 dadi di cui 4 con le cifre dispari e 4 con quelle pari)

Elisa lancia i dadi, costruisce un'uguaglianza utilizzando tutti i 13 dadi e chiede a Giuseppe di indovinare l'uguaglianza da lei costruita senza però poter vedere tutti i dadi usciti nel lancio!

Ecco le informazioni fornite da Elisa, dove si vede la collocazione dei quattro dadi con le operazioni, del dado "=" e di tre delle otto cifre (in particolare "2" e "1" compongono il numero 21 a destra dell "="):

?	×	?	-	?	?	÷	?	+	3	=	2	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Vedendo il cugino in difficoltà, Elisa ricorda che le cifre sono metà pari e metà dispari e afferma che:

- le cifre pari utilizzate sono tutte diverse e non c'è la cifra "0";
- ha utilizzato solo due cifre dispari ciascuna ripetuta due volte;
- non ha diviso né moltiplicato per 1.

1) Determinate le cifre utilizzate da Elisa e svelate l'uguaglianza aritmetica.

2) Giuseppe svela l'uguaglianza e osserva che con i dadi scoperti si può ottenere 21 con combinazioni diverse da quella costruita da Elisa, anche utilizzando un diverso numero di dadi a sinistra dell "=". Considerando fissati i tre dadi che permettono di scrivere "= 21", con i dieci dadi rimasti **trovate almeno una combinazione che dia come risultato 21** per ciascuna delle seguenti condizioni a sinistra dell "=":

- utilizzando esattamente 4 dadi
- utilizzando esattamente 5 dadi
- utilizzando esattamente 6 dadi
- utilizzando un numero di dadi maggiore di 6

3) Elisa sfida ora Giuseppe a trovare una nuova uguaglianza, utilizzando sempre gli stessi 13 dadi, ma senza rispettare più la struttura da lei costruita inizialmente ($\cdot \cdot \cdot + 3 = 21$). Consideriamo uguali tutte le uguaglianze dove è stata utilizzata solamente la proprietà commutativa della somma e/o del prodotto. **Trovate almeno un'uguaglianza diversa da quella costruita inizialmente da Elisa per ciascuna delle seguenti condizioni:**

- utilizzando un numero di dadi maggiore di 9 e minore di 13
- utilizzando tutti i 13 dadi

4) Fino a questo momento né Giuseppe né Elisa sono riusciti ad utilizzare le centinaia. Utilizzando sempre gli stessi dadi **trovate almeno un'uguaglianza** con le centinaia per ciascuna delle seguenti condizioni:

- a) utilizzando le operazioni di addizione e sottrazione
- b) utilizzando l'operazione di divisione
- c) utilizzando almeno 10 dadi

Per ogni punto non è necessario utilizzare tutti i dadi ed è possibile utilizzare anche altre operazioni oltre a quelle indicate. Naturalmente un'uguaglianza può risolvere più punti contemporaneamente se soddisfa più condizioni.

5) Elisa e Giuseppe si sono proprio innamorati di questo lancio e vogliono continuare a "costruire" uguaglianze con i dadi a disposizione senza cambiare cifre e operazioni. Il nonno Fefè però ha deciso di sfidarli aggiungendo un dado ai 13 già disponibili.

Trovate almeno un'uguaglianza utilizzando un numero di dadi non inferiore a 9 (rispetto ai 14 ora a disposizione) per ciascuna delle seguenti condizioni:

- a) il quattordicesimo dado aggiunto è la cifra "0" e dovete usarlo senza moltiplicare per 0
- b) il quattordicesimo dado aggiunto è la cifra "2" e dovete usarlo insieme all'altra cifra "2" già presente
- c) il quattordicesimo dado aggiunto è il segno di divisione " \div " e dovete usarlo insieme all'altro segno di divisione " \div " già presente (solo per questo caso è vietato dividere o moltiplicare per 1)
- d) per costruire l'uguaglianza più lunga potete scegliere voi il quattordicesimo dado da aggiungere (va bene anche uno di quelli dei punti precedenti, ma sarebbe bello riuscire ad utilizzare tutti i 14 dadi!)

6) Per il calcolo del punteggio del gioco ogni dado vale 1 punto, con l'eccezione del simbolo "=" (che non vale alcun punto) e valgono le seguenti regole:

- quando una cifra viene usata come decina vale 2 punti anziché 1, come ad esempio il numero 1 nella uguaglianza $12 - 3 = 9$. Analogamente, quando usata come centinaia vale 3 punti, come migliaia 4 punti, e così via. Questa regola non vale quando si compongono delle uguaglianze con numeri identici a destra e a sinistra dell'uguale ($53 = 53$ vale 4 punti)
- il dado con la moltiplicazione " \times " vale 2 punti anziché 1 e quello con la divisione " \div " vale 3 punti. Questa regola non vale quando:
 - si moltiplica o si divide per 1 ($3 + 2 = 5 \times 1$ vale 6 punti)
 - si compongono delle uguaglianze con operazioni identiche a destra e a sinistra dell'uguale ($6 \times 12 = 6 \times 12$ vale 8 punti)
 - si divide un numero per se stesso ($25 \div 25 = 1$ vale 6 punti)
- se vengono usati tutti i dadi della propria dotazione si guadagna un premio di 3 punti

Elisa e Giuseppe hanno costruito le loro uguaglianze e si sono proprio divertiti. Prima di mettere a posto i dadi vogliono vedere chi dei due è riuscito a costruire l'uguaglianza che corrisponde al maggior punteggio. È Elisa la vincitrice con un'uguaglianza di ben 23 punti (con 14 dadi), mentre il maggior punteggio ottenuto da Giuseppe è stato 20 (con 13 dadi). In entrambi i casi nel punteggio è stato considerato il bonus di 3 punti per aver utilizzato tutti i dadi a disposizione.

Tra tutte le uguaglianze da voi costruite per rispondere alle domande precedenti **determinate l'uguaglianza di maggior punteggio.**