









IL GIARDINO DI ARCHIMEDE
Un museo per la matematica

© 2018 Il Giardino di Archimede
Un Museo per la Matematica

Stampa:
IGV s.r.l.
San Giovanni Valdarno

In collaborazione con  museo
galileo Istituto
di Museo
di Storia
della Scienza

Progettazione grafica e impaginazione
Monica Tassi

Con il contributo della Regione Toscana



Novembre 2018
Printed in Italy



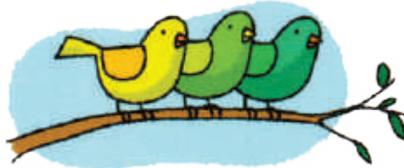


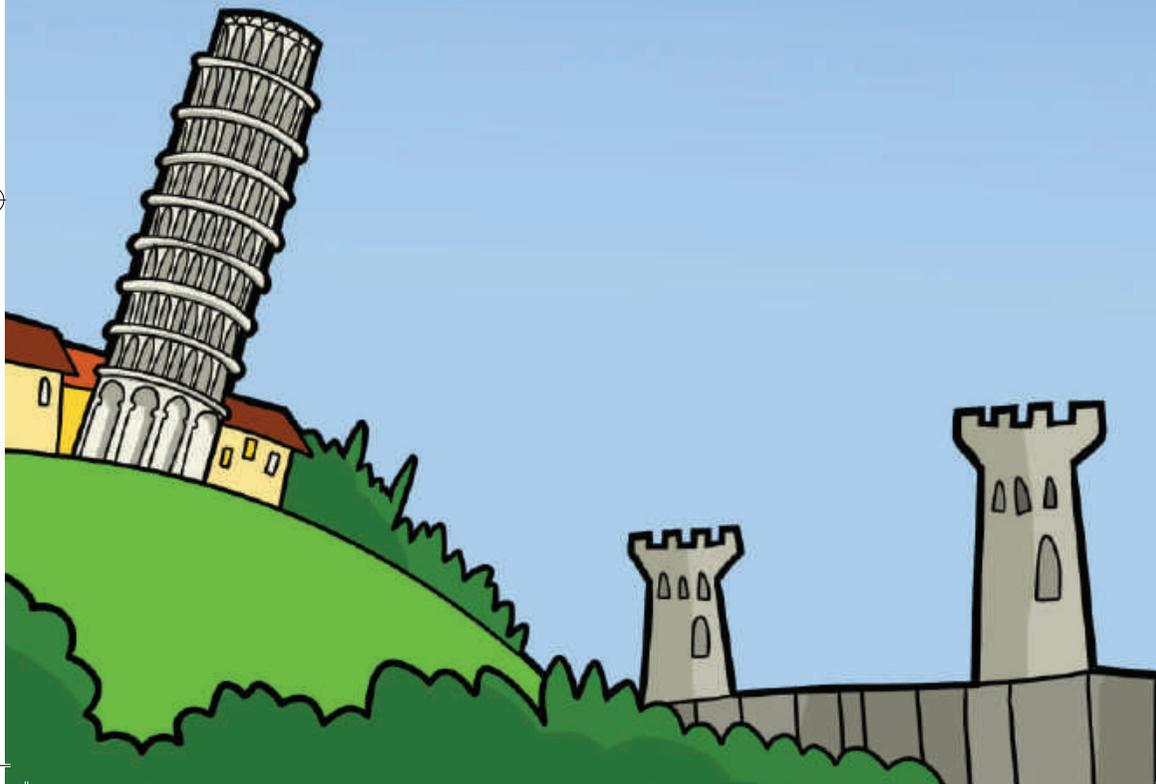
Enrico Giusti

LEONARDO SCOPRE I NUMERI INDIANI

Illustrazioni
di Elena Triolo

 Nel mondo
dei numeri





IL VIAGGIO PER MARE

Nell'estate del 1185 una nave, partita dal porto di Pisa, procedeva costeggiando verso sud. Uno dopo l'altro, sfilavano i porti e le isole; prima l'Elba, poi non molto dopo il Giglio, lasciando a sinistra il monte dell'argento, l'Argentario, poi più avanti Ponza e le isole di Napoli: Ischia e Capri.

Qui c'erano gli Amalfitani, che comunque non aggredivano le navi; semmai bisognava guardarsi dai Genovesi, ma ormai Genova era lontana e le sue navi non arrivavano fin qui se non per commerciare.

In ogni caso, passata al largo di Capri, la nave si diresse verso il mare aperto, in direzione della Sicilia il cui re, Guglielmo II il Buono, era uno dei più stretti alleati di Pisa.

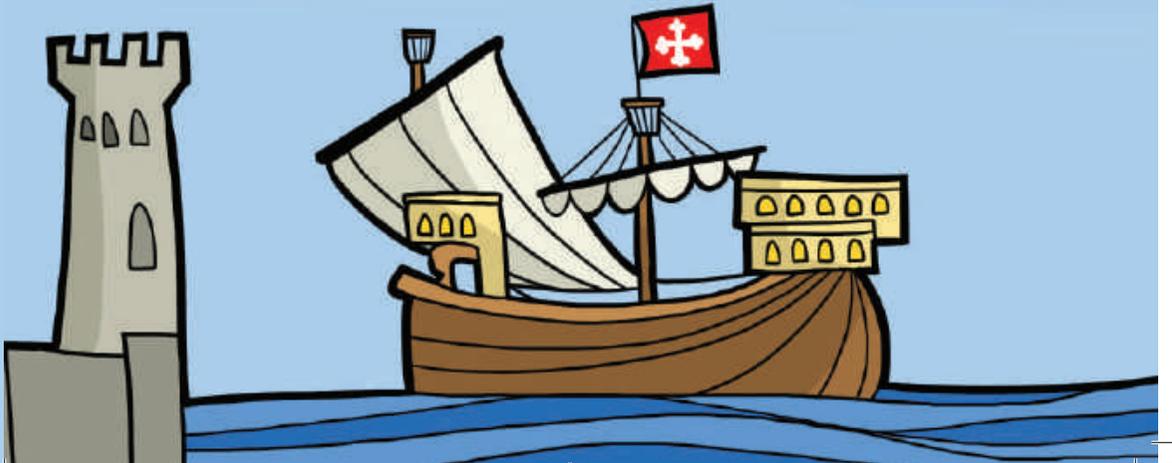




La traversata fu propiziata da bel tempo e mare calmo, e presto giunsero in vista di Palermo, dove si fermarono brevemente per rifornirsi di acqua fresca e poi proseguire costeggiando la Sicilia fino a Marsala (*Marsa 'Alī*, il porto di Ali).

Ancora una traversata in mare aperto verso Cartagine, e poi di qui sempre costeggiando giunsero finalmente alla loro meta: il porto di Bejaja (Bugia, la città delle candele) dove finalmente i passeggeri poterono sbarcare mentre i marinai scaricavano le merci e aspettavano un altro carico per poi ripartire verso casa.







Tra i passeggeri c'era un ragazzo tra i dieci e gli undici anni. Il suo nome era Leonardo della famiglia dei Bonacci, e si era imbarcato per andare a raggiungere suo padre Guglielmo, che ora stava in prima fila sulla banchina del porto ad aspettare.

La notizia dell'arrivo gli era stata data poco prima, e Guglielmo era subito corso al porto e ora guardava la nave che si avvicinava, ansioso di rivedere il figlio.

Si videro quasi contemporaneamente, e si salutarono agitando le braccia. Pochi minuti dopo, Leonardo poté finalmente abbracciare suo padre, e i due si diressero subito verso casa, mentre un servo con un carretto aspettava che venissero sbarcati i bagagli.

Se il padre aveva fatto venire Leonardo a Bugia non era per portarlo in vacanza - a quell'epoca le vacanze non c'erano nemmeno - ma perché aveva visto che i mercanti arabi scrivevano i numeri e facevano i calcoli in maniera molto



diversa dai Pisani, e voleva che Leonardo studiasse questo sistema e potesse poi insegnarlo ai mercanti pisani, se non altro perché potessero capire quello che gli altri facevano. Leonardo, che era un giovane molto sveglio, conosceva già i numeri romani - quelli che si usavano a Pisa - e sapeva calcolare senza fare errori. Inoltre, mentre era a Pisa, aveva avuto occasione di parlare con alcuni mercanti arabi e si era impraticchito nella loro lingua. Così dopo pochi giorni dal suo arrivo Leonardo riusciva a parlare arabo quel tanto da capire e farsi capire, e Guglielmo decise che quello era il momento di mandarlo a scuola.





LEONARDO VA A SCUOLA

Come maestro, scelse uno che proveniva dalla capitale, un tunisino, che si chiamava Yusuf ibn Mūsā al-Tunis, Giuseppe di Mosè da Tunisi, di cui gli avevano parlato molto bene lodando la sua pazienza e i metodi di insegnamento. Leonardo, che era un ragazzo curioso, aveva molta voglia di imparare questi numeri nuovi e di confrontarli con quelli che conosceva già. Una qualità questa che piacque subito al maestro, e i due entrarono subito in confidenza.

- Questi numeri - disse Yusuf - li abbiamo imparati dagli Indiani, che li hanno inventati vari secoli fa. Prima usavamo un altro metodo, scrivevamo i numeri con le lettere dell'alfabeto, ma ora abbiamo cambiato perché i numeri indiani sono molto migliori e più comodi degli altri.





-Anche i nostri sono molto comodi, interloquì Leonardo.

- Davvero? Bene, allora tu mi insegnerai i tuoi numeri e studierai i miei. Poi vedremo. Chi comincia?

- Comincio io, disse Leonardo. Il numero uno si scrive con una linea, così. E disegnò una linea verticale come questa I.

- Fin qui siamo pari, disse Yusuf. Anche noi il numero uno lo scriviamo con una linea. E poi?

- Due linee sono il due, tre linee il tre, e Leonardo scrisse III.

- Ah, beh! Interruppe Yusuf. Così sono buoni tutti; quattro si scrive con quattro linee, cinque con cinque, trecentododici con trecentododici linee, e poi per leggere bisognerà contare le linee, sai che progresso!

- Piano, fece Leonardo. Intanto dieci si scrive con due linee incrociate, così X. Poi cento con una C e mille con una M. Quindi per scrivere trecentododici non disegniamo affatto trecentododici linee, ma scriviamo CCCXII, cioè tre C che fanno trecento, una X che sta





per dieci e due I che valgono due.

- D'accordo, scherzavo, ammise Yusuf. E per scrivere diecimila?

- Ah, per questo si mette una linea sopra il dieci, così \overline{X} . E lo stesso per gli altri: centomila è \overline{C} , e un milione \overline{M} .

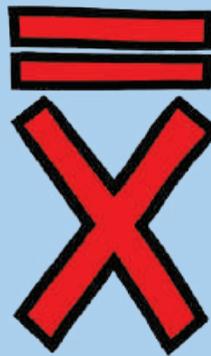
- E dieci milioni?

- Per quello ci vogliono due linee sulla X.

- Ho capito; per scrivere diecimila milioni ci vorranno tre linee, e poi quattro, venti, duecento linee.

- Ma non ci sono numeri così grandi, disse Leonardo.

- Ah, no? fece Yusuf. Allora ti racconterò una storia.



LA STORIA DEL RE E DEL BRAMINO

- **M**olti secoli fa, in un paese dell'India, viveva un bramino di nome Sessa che aveva inventato un gioco bellissimo, che chiamò *Shah*, il gioco del re.

In un quadrato diviso in sessantaquattro caselle bianche e nere, si affrontavano due armate con torri, cavalieri, ufficiali e soldati, comandati da un re e da una regina. A turno, i due giocatori muovevano i loro pezzi con lo scopo di catturare il re avversario e così vincere la battaglia.

Sessa fece costruire un gioco speciale e lo regalò al re.







Lil re si appassionò al gioco e volle ricompensare il suo inventore.

“Chiedimi quello che vuoi, e vedrò di accontentarti”, gli disse.

Sessa rispose: “Mi accontento di poco; basterà un chicco di riso per la prima casella, due per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta, e così via, sempre raddoppiando”.

“Sarai esaudito”, disse il re, e ordinò al visir di dargli il riso che chiedeva.

Dopo qualche giorno, il visir tornò dal re con la testa china. “Maestà, disse, non posso ubbidire al tuo ordine. Non abbiamo abbastanza riso”.

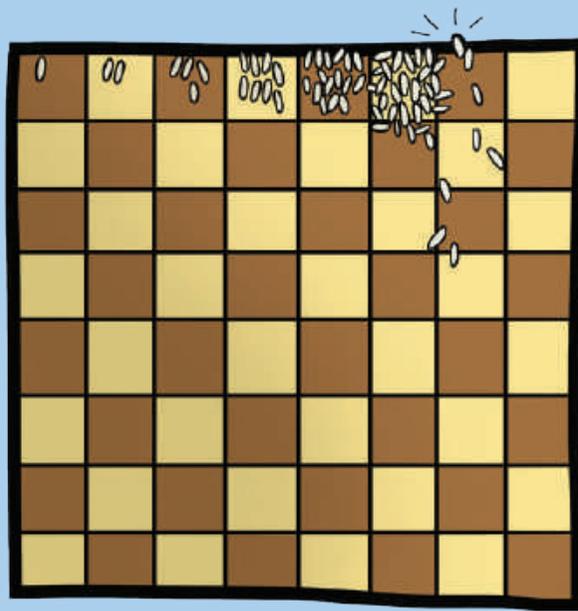


Il re non voleva crederci, ma era proprio così.
Vogliamo vedere quanto riso sarebbe stato
necessario?





Cominciamo dalla prima riga, di otto caselle. La prima avrà un chicco, la seconda due, la terza quattro, poi otto, sedici, trentadue, sessantaquattro e l'ottava centoventotto. Che tutte insieme fanno duecentocinquantacinque chicchi.





- Aspetta, disse Leonardo. E cominciò a fare le somme: uno più due, tre; più quattro, sette; più otto, quindici ... Ehi, un momento! Ma qui ogni volta che aggiungo un numero, la somma fa ...

- Te ne sei accorto? Bravo!

- Fa uno meno del numero che viene dopo! Allora quindici più sedici, trentuno, più trentadue, sessantatré, eccetera. E la somma di tutti i chicchi delle prime otto caselle fa uno di meno della nona.

- Che poi, siccome si raddoppia sempre, è il doppio dell'ottava, cioè ...

*Sapreste calcolarlo anche voi?
Comunque basta girare la pagina.*





- Duecentocinquantasei, rispose Leonardo.
- Giusto, e dunque la somma dei chicchi che stanno sulla prima riga è uno di meno, cioè duecentocinquantacinque.

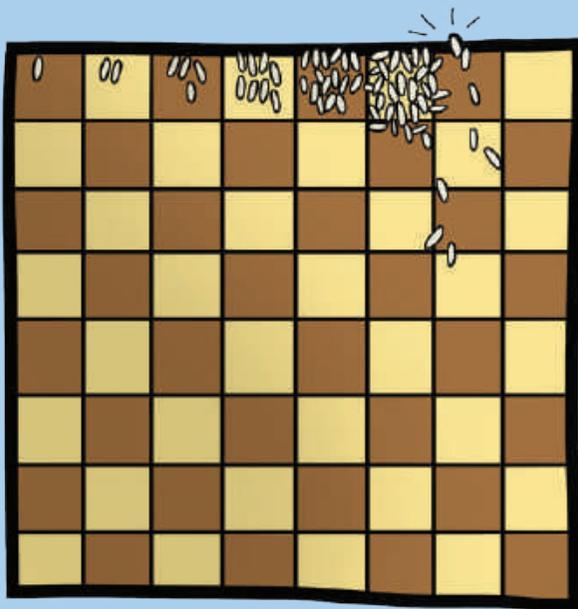
Ora prima di continuare mettiamoci un altro chicco, che fanno duecentocinquantasei, cioè una tazza. Poi alla fine lo toglieremo.

Passiamo ora alla seconda riga.

La prima casella della seconda riga, che poi è la nona, ha duecentocinquantasei chicchi, che fanno una tazza. La seconda ha due tazze, la terza quattro, e poi otto, sedici, eccetera.

L'ultima ha centoventotto tazze, e tutte insieme duecentocinquantacinque tazze, che insieme alla tazza della prima riga fanno duecentocinquantasei tazze, un sacco. Le prime due righe danno un sacco di riso.





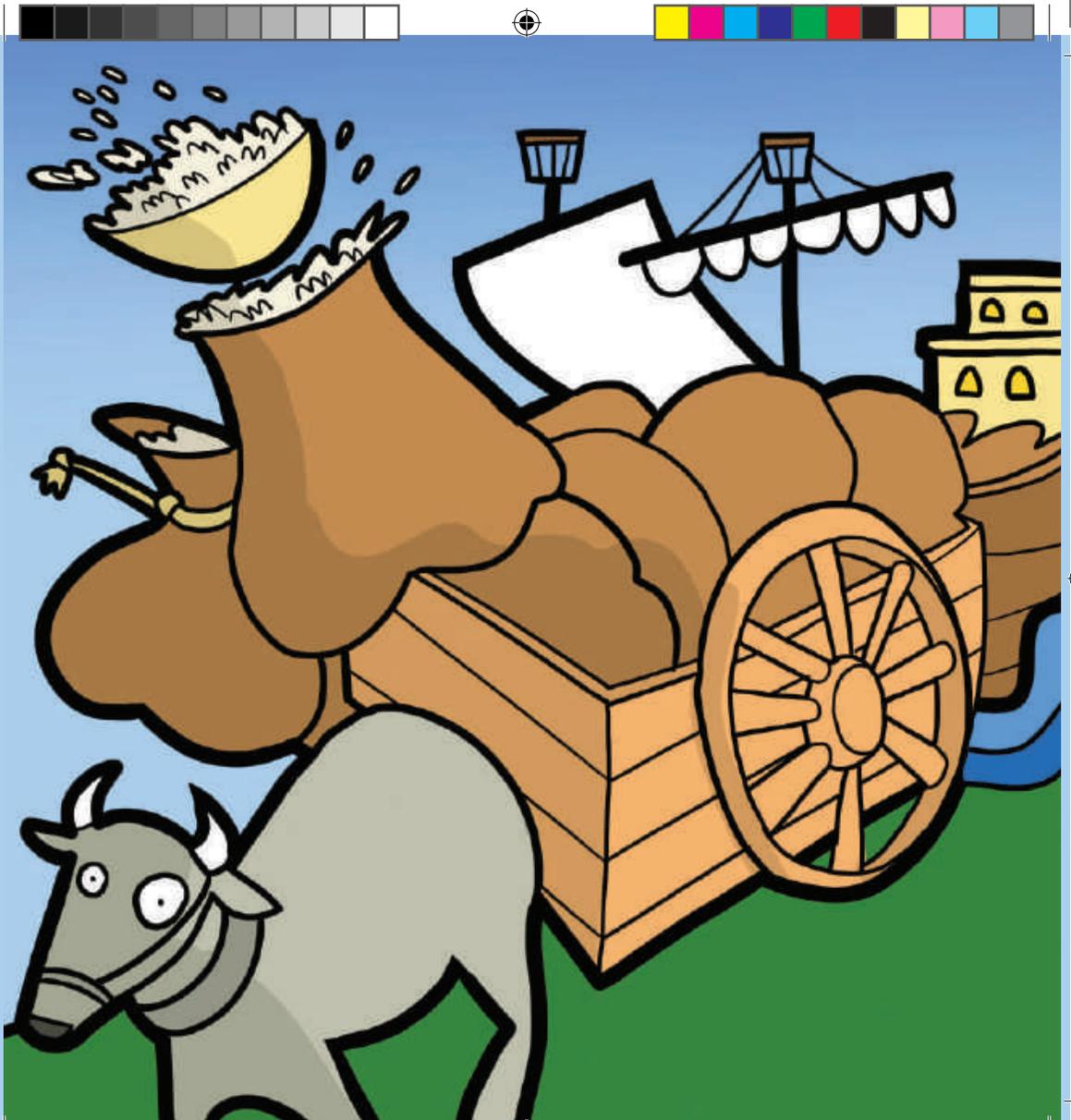


Ora vedi come si continua? Alla terza riga, la prima casella ha un sacco, poi due, quattro, eccetera. L'ultima ha centoventotto sacchi, e tutte insieme fanno duecentocinquantacinque, più uno delle righe precedenti, duecentocinquantasei sacchi, un carro.

La quarta riga, più tutte le precedenti, fanno duecentocinquantasei carri, una nave.

La quinta e le quattro precedenti fanno duecentocinquantasei navi, una squadra. La sesta e quelle prima di lei duecentocinquantasei squadre, una flotta. La settima e le precedenti sono duecentocinquantasei flotte, un'armata. E infine l'ottava e le precedenti, cioè tutta la scacchiera, fanno duecentocinquantasei armate.







Insomma, per fare contento Sessa il re avrebbe dovuto dargli duecentocinquantasei armate, ognuna composta di duecentocinquantasei flotte, ogni flotta fatta di duecentocinquantasei squadre, ogni squadra con duecentocinquantasei navi; in ogni nave duecentocinquantasei carri, in ogni carro duecentocinquantasei sacchi, ogni sacco con duecentocinquantasei tazze, ogni tazza con duecentocinquantasei chicchi di riso.

Ah, dimenticavo, meno un chicco che abbiamo aggiunto all'inizio.

Ti sembra un numero di chicchi abbastanza grande?
E come faresti per scriverlo?



I NUMERI INDIANI

Leonardo era attonito.

- E tu? Domandò. Tu sai scriverlo?
- Sicuro, anche numeri più grandi. Ma questo dopo. Ora tocca a me di spiegare come si scrivono i numeri alla maniera degli Indiani. Intanto cominciamo a scrivere quelli da uno a nove, che sono questi: uno, due ... e mentre li diceva, Yusuf scriveva i numeri. Ora toccò a Leonardo a essere sarcastico.
- Già, disse, se per ogni numero scriviamo un segno differente, stiamo freschi. Altro che linee sopra, come si fa a ricordarsi tutti quei segni diversi?
- Piano, disse Yusuf. Questi segni bastano per tutti i numeri. Ma per andare avanti ho bisogno di un abaco. Sai come è fatto un abaco?





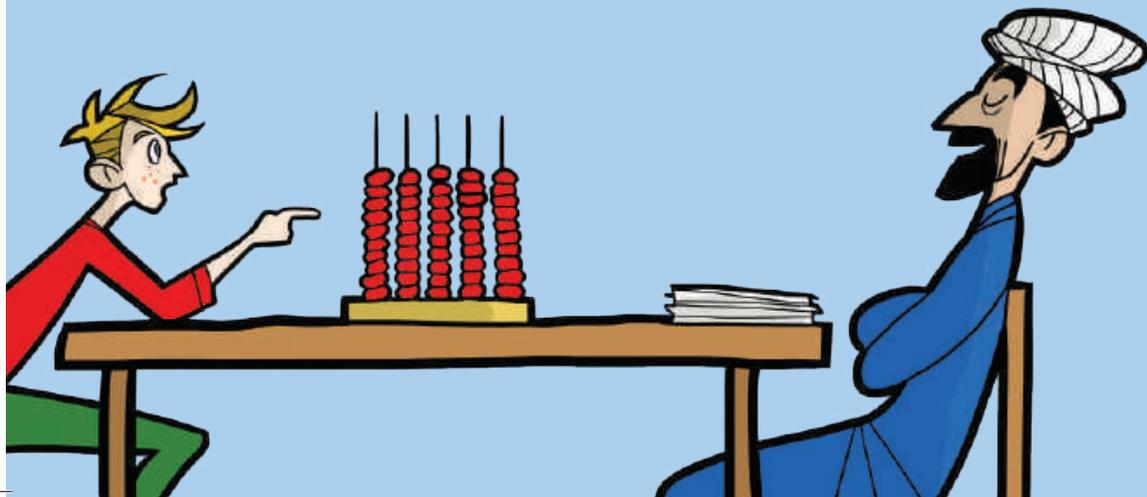
1 2 3 4 5 6

7 8 9



- Certo che lo so, e so anche come si usa. A Pisa insegnano a fare i conti con l'abaco e io ho imparato molto bene.

- E allora vediamo, disse Yusuf, e preso un abaco lo diede a Leonardo e gli disse: metti sull'abaco il numero centoventitré.

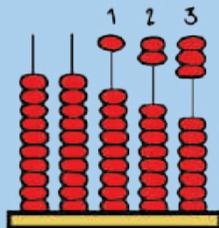


Leonardo non se lo fece ripetere due volte, e con un movimento veloce delle dita spostò alcune palline.

- Ecco, disse.

- Benissimo, e mi sai dire come hai fatto?

- L'abaco ha varie colonne, spiegò Leonardo. La prima, quella più a destra, è quella delle unità, la seconda quella delle decine, la terza delle centinaia, poi vengono le migliaia, le decine di migliaia, ma queste non ci servono. Il numero centoventitré ha tre unità, due decine e un centinaio; dunque bisogna spostare tre palline nella colonna delle unità, due in quella delle decine e una in quella delle centinaia.



- Proprio così, approvò Yusuf. E ora sapresti scriverlo?





- Certo, disse Leonardo, praticamente è già scritto. Ci sono tre unità e quindi scrivo III, due decine, e scrivo XX, e infine un centinaio, C. In totale, CXXIII.

- E così faccio io, disse Yusuf, solo che scrivo con i numeri indiani invece che con quelli romani. Ci sono tre unità, e quindi scrivo 3, due decine, e scrivo 2, e infine un centinaio, e scrivo 1. In totale, 123.

Leonardo non sembrava convinto: c'era qualcosa che non gli tornava o che non capiva ancora.

- Già, disse dopo averci pensato un po', ma quando io scrivo CXXIII so che ci sono tre unità perché ci sono tre I, due decine per le due X e un centinaio per la C. Se invece, come fai tu, scrivo 123, chi mi dice che siano tre unità, due decine e un centinaio e non due centinaia, tre decine e un'unità? Oppure tre centinaia, una decina e due unità? Insomma, siccome i segni





sono sempre gli stessi, come si fa a distinguere quale indica le unità, quale le decine, quale le centinaia?

- Bravo! esclamò Yusuf. Proprio questo è il punto. Guarda l'abaco. Quando vedi le palline, chi ti dice quali indicano le unità, quali le decine, quali le centinaia?

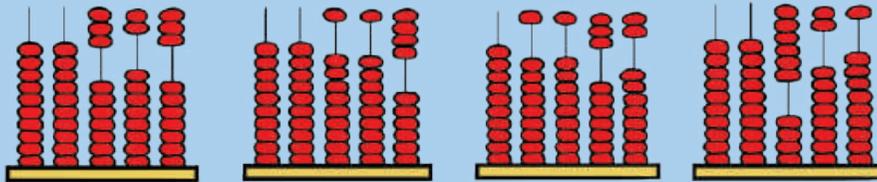
- Te l'ho detto: la prima colonna da destra è quella delle unità, la seconda quella delle decine, la terza quella delle centinaia. Non si può sbagliare.

- E lo stesso vale con i numeri. Il primo segno a destra indica le unità, il secondo le decine, il terzo le centinaia, poi le migliaia, le decine di migliaia e via di seguito. Anche qui, non si può sbagliare.

Ma per oggi può bastare; ci vediamo domani.

Tornato a casa, Leonardo si esercitò con la scrittura dei numeri. Prima li metteva sull'abaco e poi li scriveva con i numeri romani e con quelli indiani.





Sapreste scriverli anche voi? Le risposte sono in fondo al libro.

ZEFIRO

Il giorno dopo, Leonardo tornò da Yusuf con un dubbio. Aveva passato il pomeriggio esercitandosi a mettere i numeri sull'abaco e poi a scriverli al modo degli Indiani (quelli romani li sapeva fin troppo bene e dopo poco smise di scriverli) e ormai conosceva i segni per i numeri da uno a nove e sapeva scrivere ogni sorta di numero, anche grande, addirittura numeri che non si potevano mettere sull'abaco perché non c'erano abbastanza colonne. Però ...







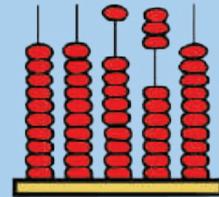
- C'è qualcosa che non torna, disse a Yusuf dopo che si erano salutati e si erano seduti uno di fronte all'altro. Certi numeri li scrivo e li leggo senza problemi; altri invece una volta che li rileggo sono diversi.

- Diversi? Come fanno a essere diversi?

- Guarda, ti faccio un esempio. Prendiamo centotrenta - e qui Leonardo prese l'abaco e spostò le palline a formare il numero. Se ora lo scrivo, ho un centinaio e tre decine, cioè 1 e 3. Ma quando lo leggo, leggo tredici e non centotrenta.

- Questa era la prima cosa che volevo mostrarti oggi, disse Yusuf, ma vedo che l'hai già trovata da solo. In effetti, quando ti ho detto che per scrivere i numeri si usavano solo nove segni, ho detto una

piccola bugia: ce n'è un altro, che serve proprio in casi come questo. Ma torniamo all'abaco. Quando hai messo sull'abaco il numero centotrenta, perché non





hai usato la prima colonna?

- Che razza di domande, pensò Leonardo. Ma non lo disse, e rispose: Perché la prima colonna è delle unità, e in centotrenta c'è un centinaio, tre decine, ma nessuna unità.

- Giusto. E quando hai scritto 13, cosa hai scritto?

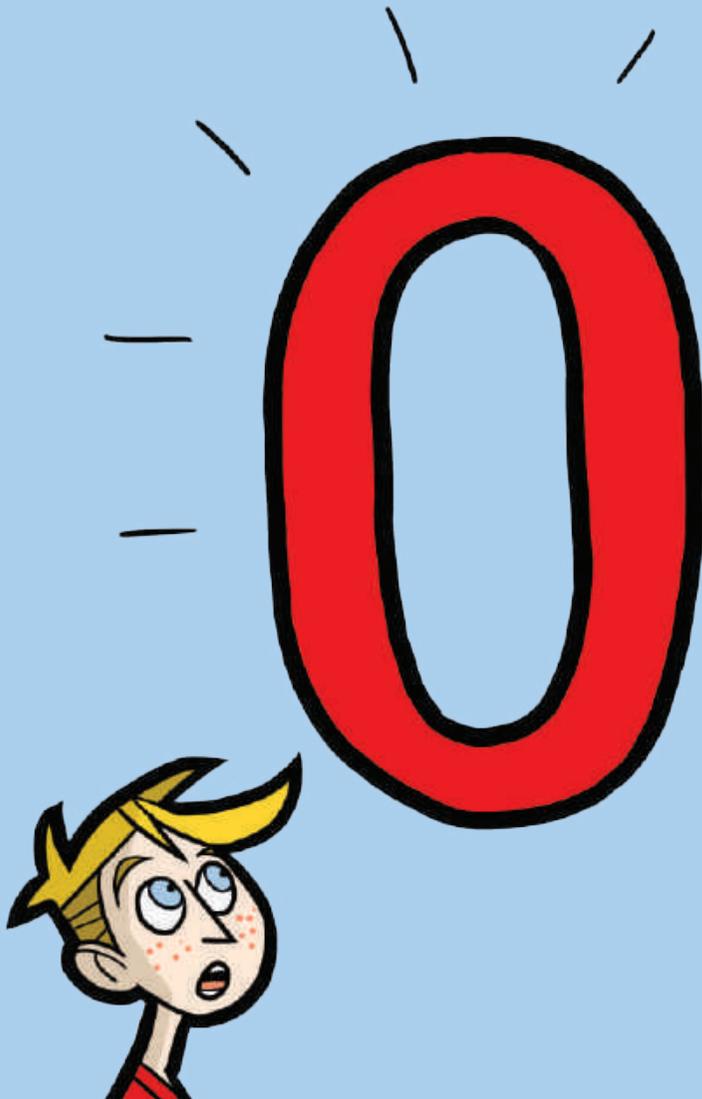
- È vero, disse Leonardo. Ho scritto una decina e tre unità. Ma allora centotrenta non si può scrivere!

- Certo che si può scrivere, disse Yusuf, ma bisogna usare un altro segno, un segno che dica che la colonna delle unità è vuota, che lì non c'è niente.

Ecco come si fa: d'ora in poi, se una colonna è vuota, scriveremo 0. Ad esempio, per scrivere il tuo numero centotrenta diciamo: ci sono un centinaio, e scriviamo 1, tre decine, e scriviamo 3, e nessuna unità, e qui scriviamo 0. Ed ecco il numero: 130.

- Ho capito, e come si chiama questo segno?

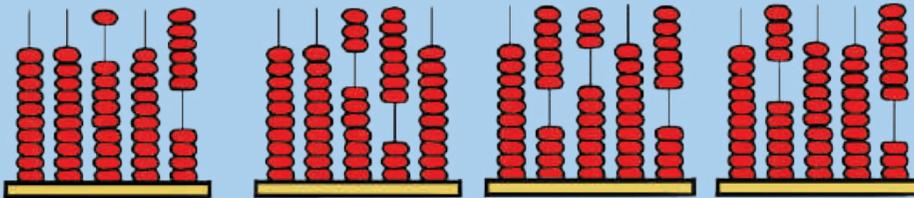






- Si chiama *zefir*, rispose Yusuf, che pronunciava all'uso di Tunisi. In realtà fuori di Tunisi si diceva *zifr*, ma nella lingua araba quelle che contano sono le consonanti; le vocali cambiano a seconda del paese.
- *Zefiro*, disse Leonardo, a cui questo segno tondo faceva pensare a una finestrina dalla quale passava un venticello. Più avanti, molti anni dopo, *zefiro* sarebbe diventato zero, mentre *zifr* si sarebbe trasformato in cifra.
- *Zefiro*, perché no? ripeté Yusuf. Ma ora devi esercitarti ancora un po' con i numeri con lo zefiro.

E così fece, mettendo sull'abaco dei numeri con alcune colonne vuote, che Leonardo diligentemente scriveva con i numeri indiani e poi leggeva ad alta voce.



Sapreste scriverli e leggerli anche voi? Le risposte sono in fondo al libro.





A questo punto, Leonardo non poté trattenersi dal chiedere:

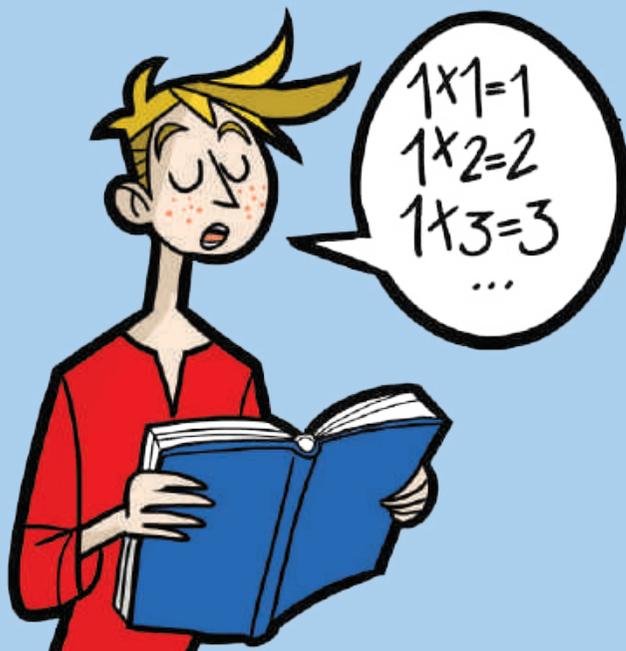
- Ma il numero di tutti i chicchi di riso, come si scrive?
- Devi pazientare ancora un po'. Per salire in cima a una scala si fa uno scalino alla volta. Per oggi basta così. Ma per la prossima volta impara questo a memoria. Molto bene, mi raccomando.

E gli diede un libriccino che Leonardo portò con sé, a casa.



La mattina seguente Leonardo si svegliò molto tardi, ma per fortuna era venerdì, giorno di festa per i musulmani, e non c'era scuola. Dopo colazione, prese il libretto che gli aveva dato il maestro e cominciò a leggere:

uno per uno uno
uno per due due
uno per tre tre
uno per quattro quattro





Leonardo voltò pagina:

due per uno due
due per due quattro
due per tre sei

....

e andò avanti fino all'ultima:

nove per uno nove
nove per due diciotto
nove per tre ventisette
nove per quattro trentasei
nove per cinque quarantacinque
nove per sei cinquantaquattro
nove per sette sessantatré
nove per otto settantadue
nove per nove ottantuno.

Leonardo era piuttosto perplesso: sembrava una
filastrocca. Comunque erano poche pagine e non ci volle
molto per imparare tutto a memoria.



Riusciva anche a rispondere a domande a bruciapelo, come

- Sei per sette?
- Quarantadue.
- Otto per sette?
- Cinquantasei.
- Due per nove?
- Diciotto,

e così via. Per premio, Yusuf gli regalò un foglio con scritti tanti numeri messi in quadrato, come questo:

↓

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

→

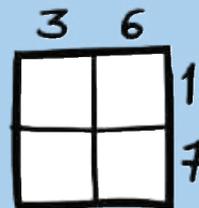




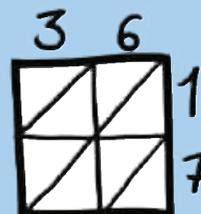
- Cos'è? E a cosa serve? - chiese.
- È la tavola di Pitagora. Se non ti ricordi una moltiplicazione, per esempio sei per otto, prendi la riga del 6, la colonna dell'8, e all'incrocio trovi la risposta, 48. Però attento, deve servire solo una volta ogni tanto; se la devi usare troppo spesso è segno che non sai bene le tabelline e devi studiarle meglio. Perché quelle poche tabelline bastano per fare tutte le moltiplicazioni che vuoi. Tu le sai fare le moltiplicazioni?

- Sì, certo, rispose Leonardo, però con i numeri grandi è difficile.

- Va bene, disse il maestro, cominceremo dai numeri piccoli. Per esempio, calcoliamo trentasei per diciassette. Cominciamo a disegnare una griglia e scriviamo i due numeri, così.

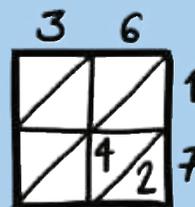


- Poi - continuò - dividiamo ogni quadratino in due triangolini:



- Ora cominciamo. In ogni quadratino ci scriviamo le moltiplicazioni che hai studiato sul libretto, come nella tavola di Pitagora. Sei per sette?

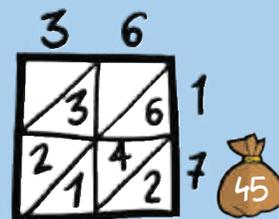
- Quarantadue, disse Leonardo.



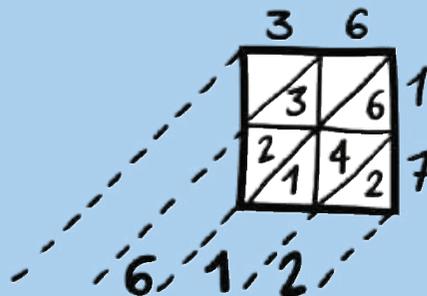
- Bene: lo scriviamo nel quadratino all'incrocio tra il 6 e il 7. Sei per uno?

- Sei.

Dopo poco tutta la griglia era riempita.



- Ora sommiamo, ma attenzione, dobbiamo seguire le diagonali, a partire da quella più a destra. Nella prima c'è solo 2, e scriviamo 2. Nella seconda 6 più 4 più 1 fa 11: scrivo 1 e porto 1. Poi 3 più 2 fa 5 e uno che riportavo 6. Totale:



- Seicentododici, lesse Leonardo. È facile.
- Bene, allora prova a fare queste moltiplicazioni:

centotrentacinque per dodici

trecentodieci per cinquecentotredici

settecentoquarantatré per seicentoventidue

Volete provarci anche voi? Le risposte sono in fondo al libro.



DUECENTOCINQUANTASEI (E PIÙ) SCALINI ALLA VOLTA

Leonardo non ci mise molto, e dopo un po' fece vedere al maestro i suoi calcoli.

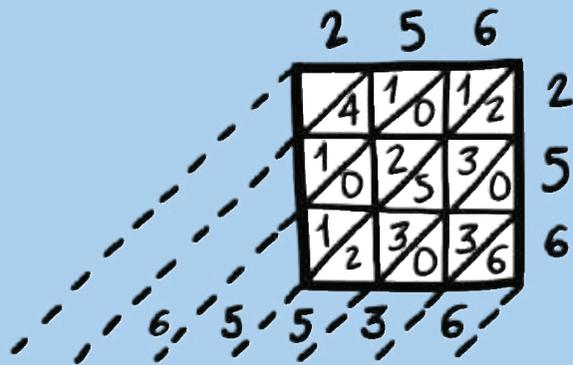
- Bene, disse Yusuf. Adesso possiamo fare qualcosa di più difficile, come calcolare il numero di chicchi di riso. Nella prima riga c'erano 255 chicchi, più uno che avevamo aggiunto, fa 256 chicchi, che formano una tazza. La seconda ha 255 tazze, più una della prima riga, fa 256. Quindi in tutto, le prime due righe della scacchiera danno 256 tazze. Quanti chicchi sono?

- Bisogna moltiplicare 256 per 256, disse Leonardo, perché ogni tazza ha 256 chicchi.

- Bene, allora moltiplica.

Leonardo non se lo fece ripetere, e moltiplicò come aveva imparato:





- Ecco, disse. Fa sessantacinquemilacinquecentotrentasei.





- Bene, disse Yusuf. Questi sono i chicchi di una nave. Ora bisogna calcolare quante navi compongono 256 armate. Vediamo: in una squadra ci sono 256 navi, in una flotta 256 squadre, cioè ...
- 65536 navi. Ma è come prima: un'armata è fatta di 256 flotte, e 256 armate sono 65536 flotte, dunque 4294967296 navi.
- E ogni nave contiene 4294967296 chicchi di riso.
- Bisogna moltiplicare 4294967296 per 4294967296, disse Leonardo, e si mise subito a calcolare disegnando una griglia di dieci quadratini per dieci.

Alla fine rimase per un po' a guardare il suo risultato: era un numero davvero grande, tanto grande che non sapeva neppure come fare a leggerlo.

Sapreste trovarlo anche voi? La risposta è in fondo al libro.



MOLTI TUDINE

- **A**llora, chiese Yusuf, quanti chicchi di riso in tutto?

Leonardo non sapeva dirlo, ma lo scrisse:
18446744073709551616. E poi si corresse: meno un
chicco che avevamo aggiunto all'inizio.

- Bene, disse il maestro. Vedo che sei salito in alto.
Hai visto come è possibile scrivere un numero così
grande che i granai del regno più ricco non possono
contenere.

Leonardo però non aveva l'aria di chi è completamente
convinto.

- Sì, ed ho anche capito che posso ancora salire,
sempre più su. Ma ...





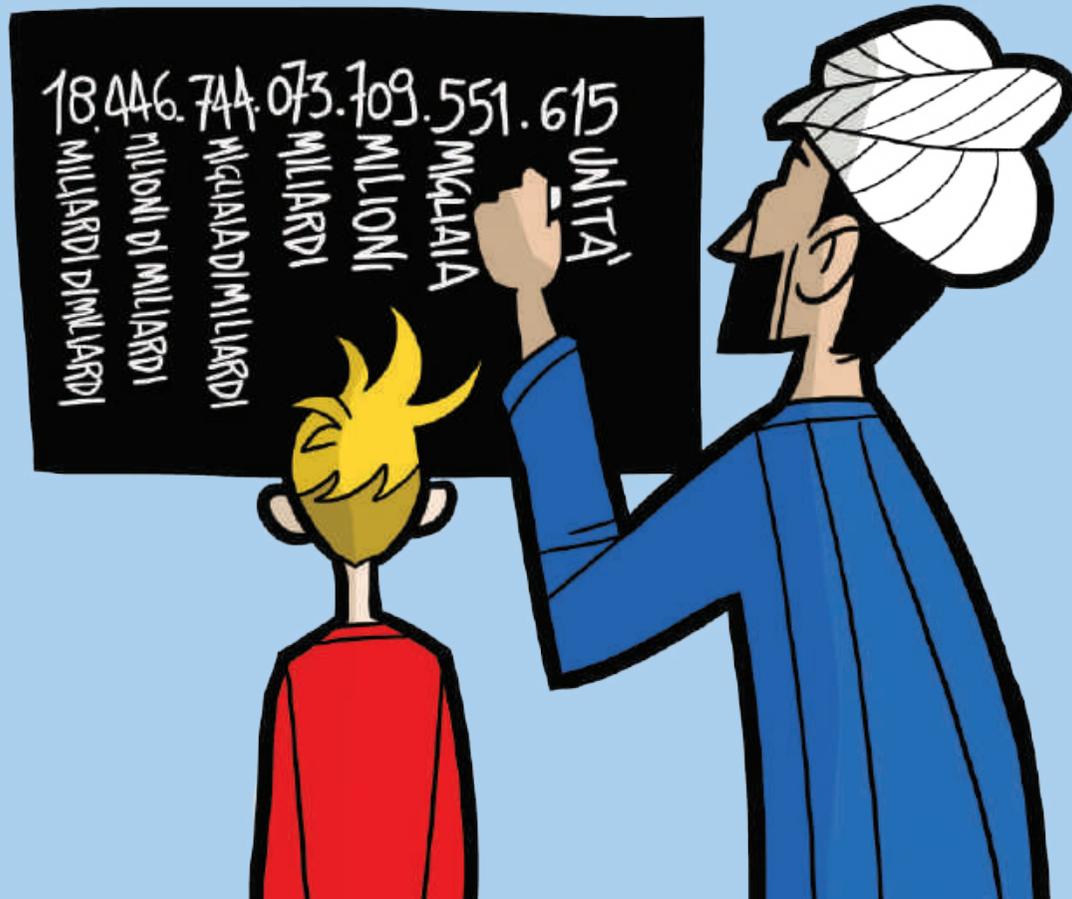
- Ma?

- Ma anche se l'ho scritto non sono sicuro di aver capito che numero davvero sia, cioè come si dice o cosa dice questo numero ...

- Numeri tanto grandi sfuggono alla nostra comprensione. Forse, come avevamo raccolto i chicchi in tazze, le tazze in sacchi, i sacchi in carri, e così via, per valutare meglio i numeri grandi è utile raccogliere le cifre in gruppi, a tre a tre, con dei puntini, così: 18.446.744.073.709.551.615. I gruppi di tre cifre vanno di mille in mille: il primo gruppo è quello delle unità, poi vengono quelli delle migliaia, dei milioni, delle migliaia di milioni, eccetera.



Yusuf scrisse sotto ogni gruppo il valore:





- **S**e vuoi, ora possiamo leggerlo. Sono 18 miliardi di miliardi, 446 milioni di miliardi, 744 migliaia di miliardi, 73 miliardi, 709 milioni, 551 mila e 615.

- È davvero grande, disse Leonardo.

- Infatti. E noi siamo riusciti a scriverlo, come possiamo scrivere qualsiasi altro numero, ancora più grande.

D'altra parte, per regni grandi sono necessari numeri grandi; non grandi come questo, forse, ma molto più grandi di quelli che si possono scrivere con i numeri romani.

Ma lo sai quante navi arrivano e partono ogni giorno da Bugia, da Ceuta, da Tunisi e da tutti gli altri porti del regno? E quante merci trasportano?

E quanto pagano di dazio? E quanti denari sono necessari per pagare i funzionari e l'esercito?





Numeri grandi, grandissimi.

Numeri che è più facile scrivere che dire.

E con questa immagine di una sterminata moltitudine di cose e di uomini si lasciarono, dandosi appuntamento per il giorno successivo.



Leonardo andò ancora a scuola da Yusuf per vari giorni, imparando tutto quello che poteva insegnargli: non solo moltiplicazioni e divisioni, ma anche cose più difficili, come la geometria e l'algebra. Quando vide i progressi che aveva fatto in così poco tempo, il padre decise che era sufficiente e che Leonardo poteva tornare a casa. Ma Leonardo voleva imparare di più, e così,



accompagnando i mercanti che andavano a comprare e a vendere stoffe e spezie, visitò Baghdad, Damasco, Costantinopoli, si fermò in Sicilia e in Spagna, e dappertutto cercava maestri che potessero insegnargli cose nuove.



RITORNO A PISA

In breve, diventò così bravo che poteva competere con i matematici più famosi, risolvendo problemi difficili e intricati.

Finalmente, dopo vari anni di viaggi, tornò a Pisa, dove scrisse in un libro tutto quello che aveva imparato: i numeri indiani, le operazioni, le figure geometriche e le loro proprietà, che insegnava a tutti quelli che volevano imparare.

Alcuni dei suoi studenti divennero a loro volta maestri, e aprirono scuole non solo a Pisa, ma in tutta l'Italia e via via anche fuori.

Il ragazzo Leonardo era diventato il maestro Leonardo, il grande scienziato che aveva fatto rinascere la matematica europea.

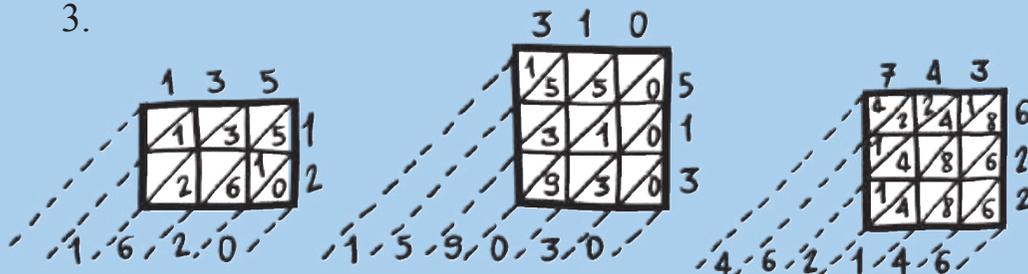




RISPOSTE:

1. CCCXXIII, 323; CXIII (ma anche CXIV), 114; MCXXXII, 1132; DCXXI, 621.
2. 106, centosei; 370, trecentosettanta; 6306, seimila-trecentosei; 4007, quattromilasette.

3.





4.

	4	2	9	4	9	6	7	2	9	6	
1	1/6	8/8	3/6	1/6	3/6	2/4	2/8	8/8	3/6	2/4	4
8	8/8	4/8	1/8	8/8	1/8	1/2	1/4	4/4	1/8	1/2	2
4	3/6	1/8	8/1	3/6	8/1	5/4	6/3	1/8	8/1	5/4	3
4	1/6	8/8	3/6	1/6	3/6	2/4	2/8	8/8	3/6	2/4	4
6	3/6	1/8	8/1	3/6	8/1	5/4	6/3	1/8	8/1	5/4	9
7	2/4	1/2	5/4	2/4	5/4	3/6	4/2	1/2	5/4	3/6	6
4	2/8	1/4	6/3	2/8	6/3	4/2	4/9	1/4	6/3	4/2	7
4	8/8	4/8	1/8	8/8	1/8	1/2	1/4	4/4	1/8	1/2	2
0	3/6	1/8	8/1	3/6	8/1	5/4	6/3	1/8	8/1	5/4	9
7	2/4	1/2	5/4	2/4	5/4	3/6	4/2	1/2	5/4	3/6	6
	3	7	0	9	5	5	1	6	1	6	







