







© 2017 Il Giardino di Archimede  
*Un Museo per la Matematica*

*Stampa:* IGV, San  
Giovanni Valdarno

Novembre 2017  
Printed in Italy

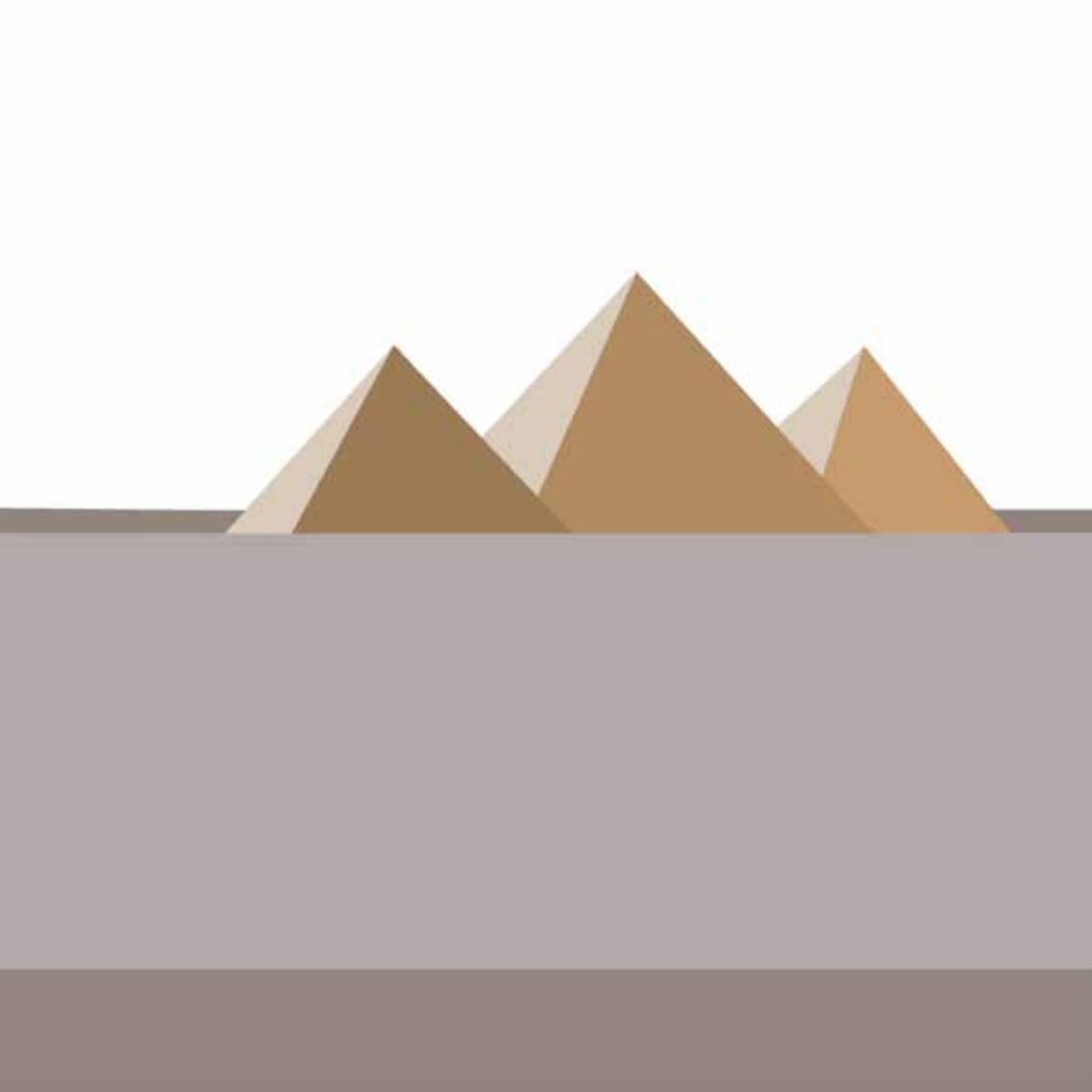
Enrico Giusti

# *Imhep misura i campi*

Illustrazioni  
di Andrea Rauch

 Nel mondo  
dei numeri





Sulla riva del grande fiume, il Nilo, erano sedute due persone. Dietro di loro, distanti, si vedevano le piramidi costruite dagli antichi faraoni.

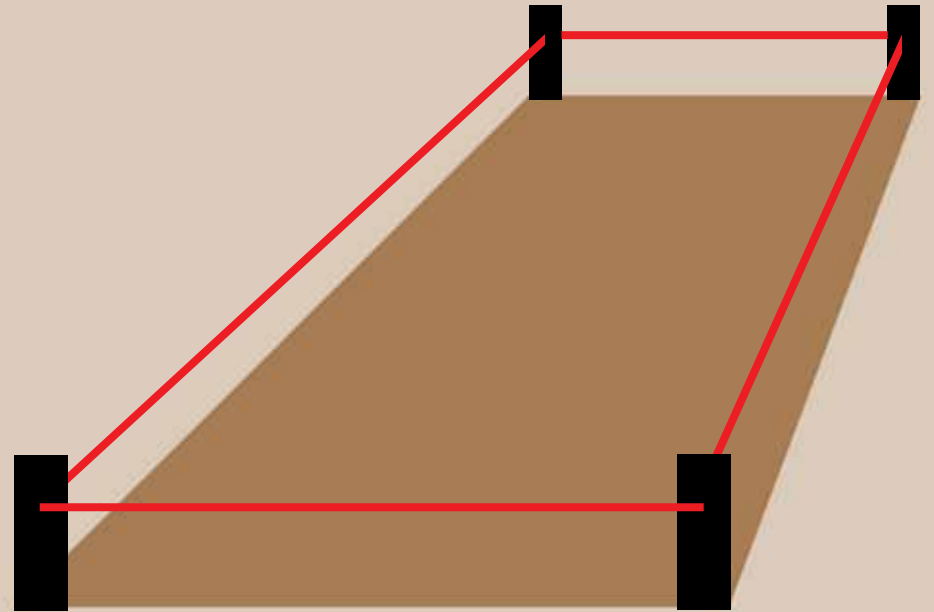
Uno dei due era un vecchio, che da come era vestito si capiva che era del posto, e anche che doveva essere piuttosto benestante. L'altro, più giovane e certamente straniero, stava in silenzio e ascoltava il vecchio che raccontava. Una storia di molti anni prima.

— Questo lo raccontava il nonno del nonno del nonno del nonno di mio nonno — disse il vecchio, — e forse lo aveva saputo da suo nonno. Insomma era tanto tempo fa, all'epoca del grande scriba Amhose, il capo di tutti gli scribi del faraone Sesostri.

All'epoca la terra era tutta del faraone, ma Amhose lo aveva convinto a distribuirne almeno una parte a tutti, in modo da rimpinguare con le tasse il tesoro del regno. A ognuno doveva toccare un pezzo uguale agli altri, in modo da non fare ingiustizie.

Quando uno chiedeva un campo, Amhose mandava i suoi scribi che misuravano il terreno con le corde. Avevano fatto una corda lunga precisamente 400 cubiti (un cubito era circa mezzo metro) e annodata ai due capi in modo da formare un anello di quattro *khēt* (un *khēt*, cioè una corda, era lungo cento cubiti), che chiamavano il “giro del campo”. Questa corda veniva tesa con dei paletti, e la terra che restava all’interno veniva assegnata. Così tutti i campi avevano lo stesso giro.

Amhose era soddisfatto: la terra era stata distribuita a chi la richiedeva, e tutti pagavano il dovuto tributo – uguale per tutti, come era uguale la terra – al faraone. Ma un giorno...



A casa di Amhose si presentò Inoru, uno dei contadini che aveva ricevuto un appezzamento di terra.

— Voglio parlare con Amhose, — disse.

— Mio padre non c'è.

Chi aveva risposto era Imhep, il figlio maggiore di Amhose, un ragazzo sveglio che fin da piccolo aveva accompagnato il padre e i suoi scribi che misuravano la terra. Quel giorno Imhep era rimasto a casa ed era toccato a lui di incontrare Inoru.

— Mio padre non c'è, — ripeté. — Perché lo vuoi vedere?

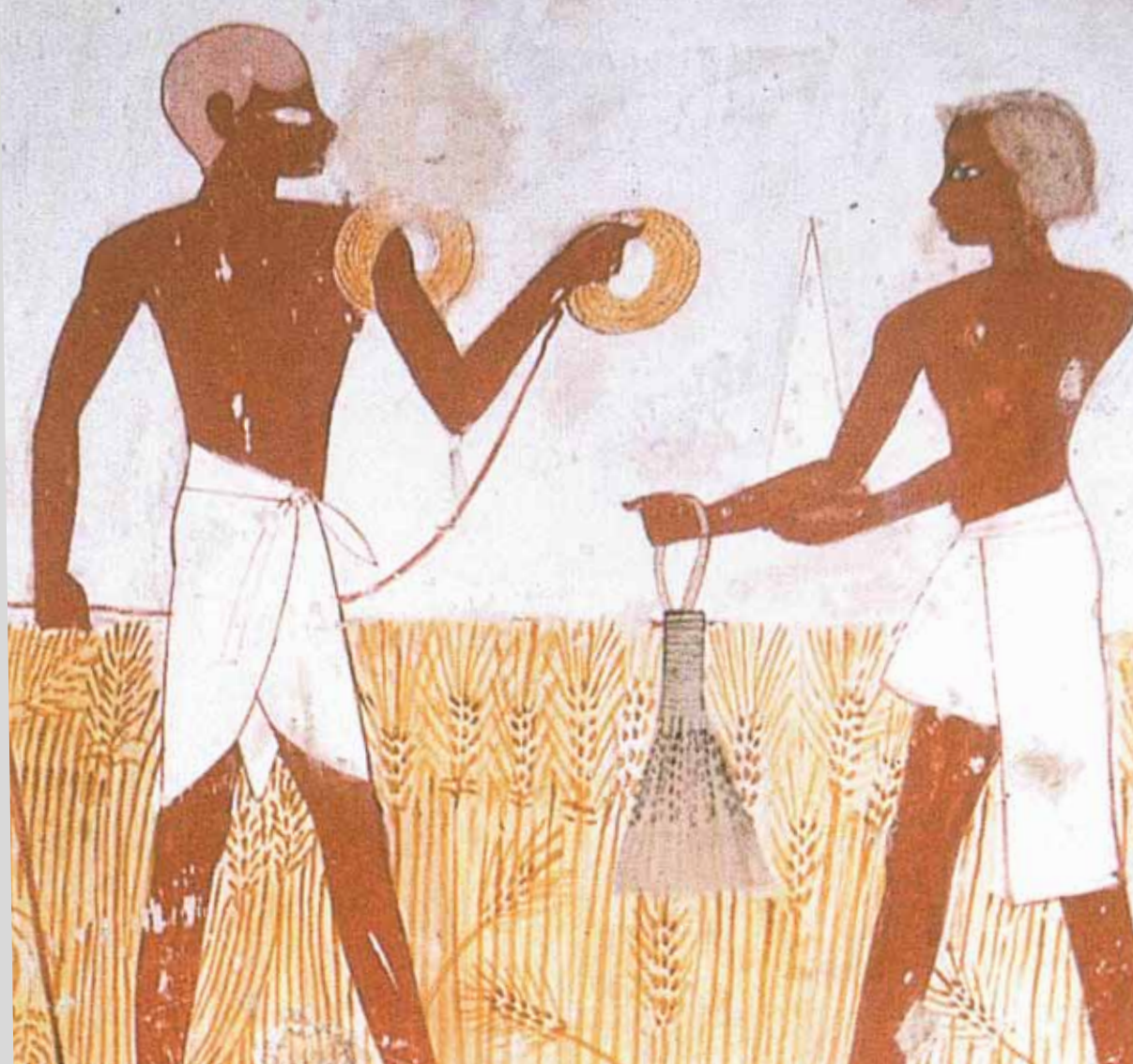
— La terra.

— E cosa ha la terra?

— È poca.

— Ma tutti hanno avuto la stessa, quella che basta.

— No, disse Inoru. Quella del mio vicino è più grande.



— Non può essere, — pensò Imhep.

Da quando si ricordava, le misure venivano sempre prese con molta precisione e a tutti toccava lo stesso giro di terra. Sbagli? Certo, sbagliare è sempre possibile, ma in questo caso gli sembrava molto difficile.

La corda era sempre la stessa, e gli scribi stavano molto attenti che fosse ben tesa tra i paletti. No, sicuramente a sbagliarsi era il contadino. Anche il padre, a cui più tardi riferì della visita, la pensava allo stesso modo.

— Un errore? mi pare difficile — disse. —

Comunque, sai che facciamo? Domani andiamo a controllare, così non ci saranno più lamentele.

E il giorno dopo Imhep, Amhose e quattro scribi, presa la corda e i picchetti, andarono al campo di Inoru per le misure.

Inutile dire che non c'era nessun errore: fissati i picchetti ai quattro angoli del campo gli scribi tesero la corda che circondò precisamente il terreno. Fecero poi lo stesso con il campo del vicino, quello che secondo Inoru era più grande, e anche qui corrispondeva perfettamente.

- **V**isto? fece Amhose. Sono uguali.  
— Eppure il mio vicino coltiva più grano di me.  
— Vuol dire che metterà le piante più vicine, — disse uno scriba, e andarono via.

Non tutti, però. Infatti Imhep era rimasto nel campo. Voleva sentire cosa aveva da dire Inoru. Possibile che fosse solo un'impressione, la sua? D'altra parte avevano misurato: il giro era lo stesso per tutti e due i campi.

- Non si possono mettere più vicine, — spiegò Inoru.  
— Ogni pianta ha bisogno di spazio per crescere; per ogni quadro di un cubito per un cubito ci va una manciata di semi. Se se ne mettono di più, si danno fastidio e possono morire. Ma guarda le spighe del campo del vicino: ti sembrano piantate più fitte delle mie?

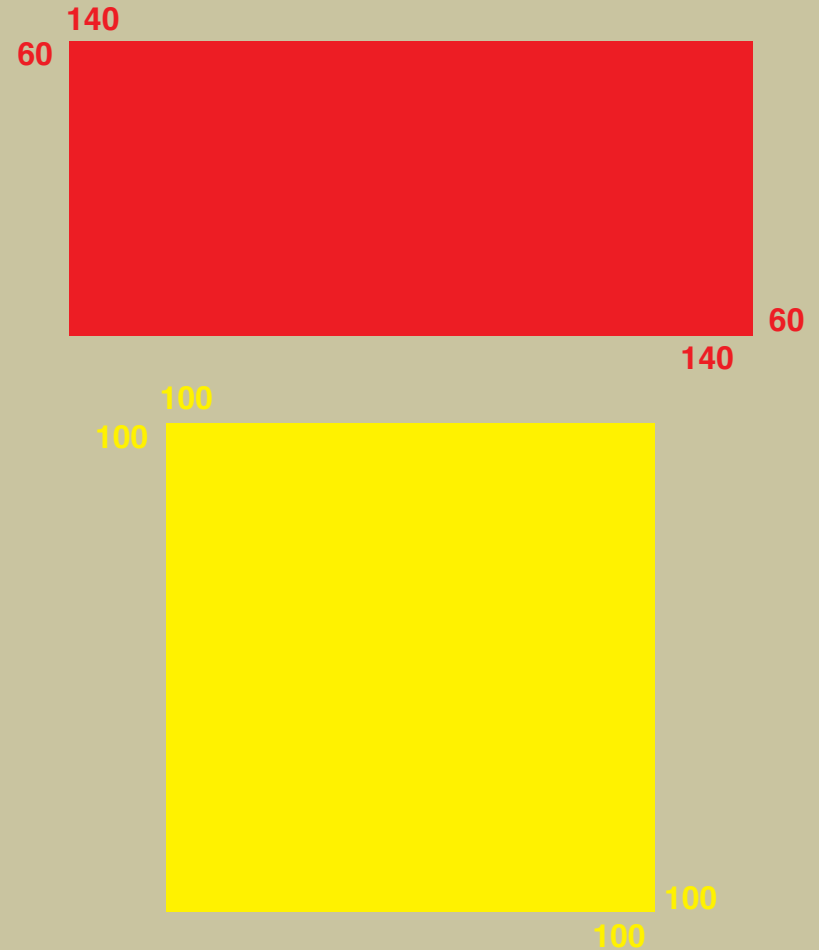
**I**n effetti i due campi sembravano coltivati allo stesso modo. Eppure, continuò Inoru, lui semina più grano di me.





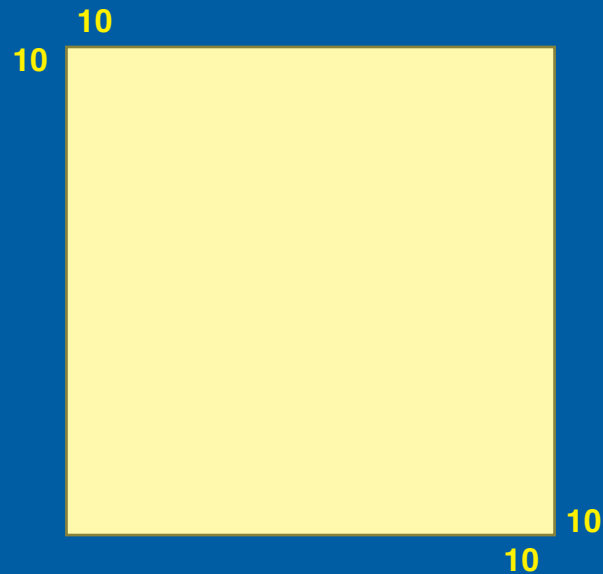
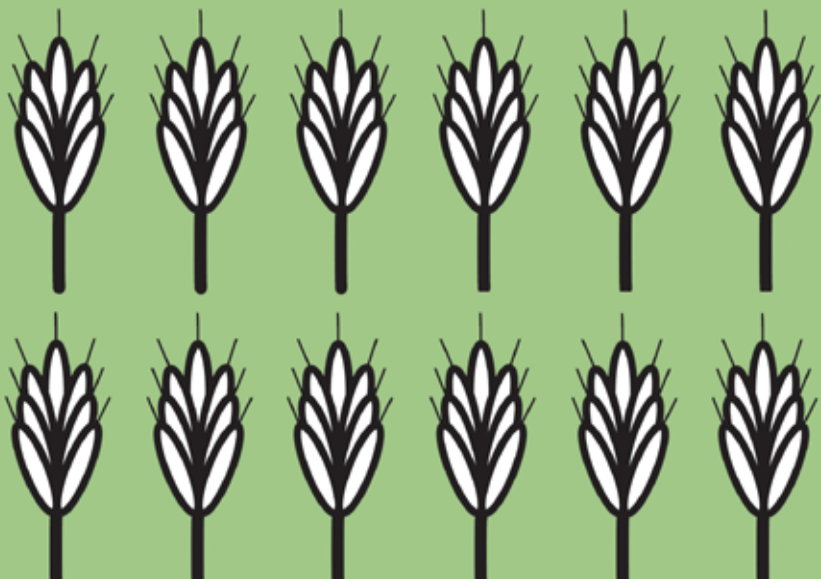
Imhep era perplesso. Da una parte i fatti sembravano dare ragione a Inoru: il suo vicino coltivava più grano. Ma dall'altra parte i due campi erano stati misurati e avevano lo stesso giro. E allora?

Il giorno dopo, a scuola, Imhep lasciò un pezzetto di papiro libero. Poi a casa disegnò i due campi, quelli di Inoru e del suo vicino, come se li ricordava. Quello di Inoru era più lungo che largo, l'altro piuttosto quadrotto. Il giro di ognuno era 400 cubiti.

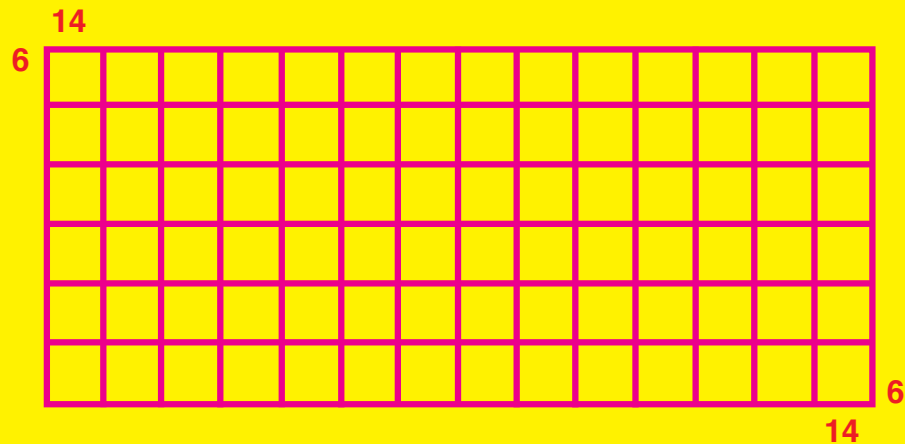


Imhep ricordava quello che gli aveva detto Inoru:  
per ogni manciata di semi ci vuole un quadro di un cubito  
per un cubito. Allora pensò di dividere i due campi  
in tanti pezzettini, ognuno giusto giusto per una manciata.  
No, sono troppi, pensò.

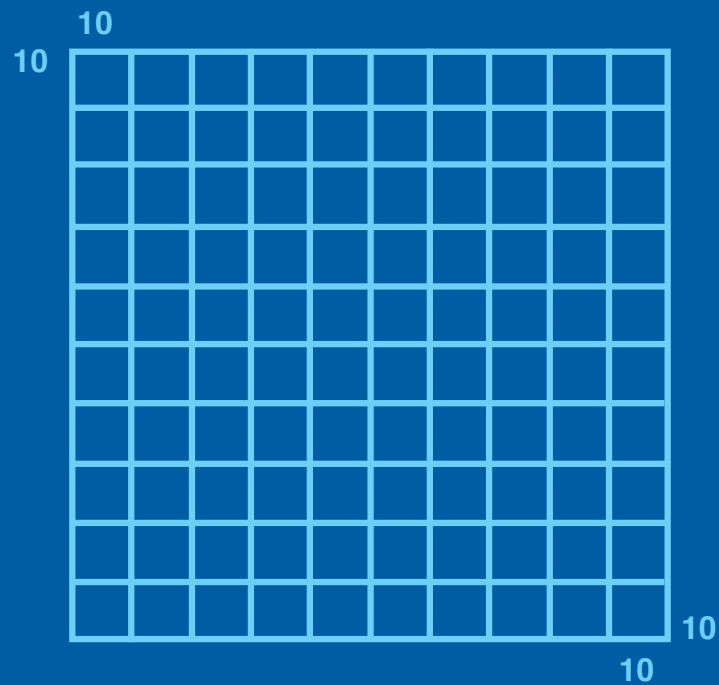
Come faccio a fare tutti questi pezzettini?  
Allora ebbe un'idea. E se provassi con dei campi  
più piccoli? Così disegnò dei campi che invece  
di 400 avevano un giro di 40 cubiti.



Questi si potevano dividere più facilmente,  
e Imhep si mise a tracciare linee di buona lena.



A questo punto Imhep contò. I pezzettini **rossi**  
del campo di Inoru erano 84; quelli **celesti** del suo vicino  
erano 100. Ma allora Inoru aveva ragione! pensò.  
Bisognava dirlo al babbo.



Amhose restò sorpreso.

In effetti, i due campi erano diversi.

— Ma il giro? — chiese.

Imhep contò i quadretti del contorno.

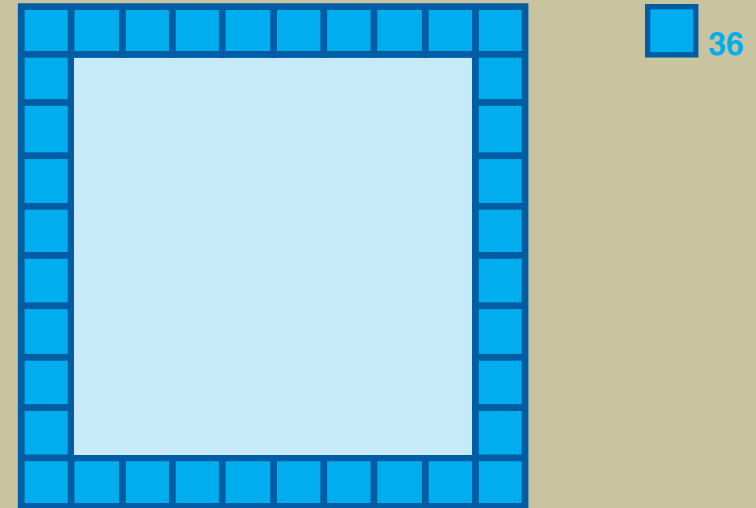
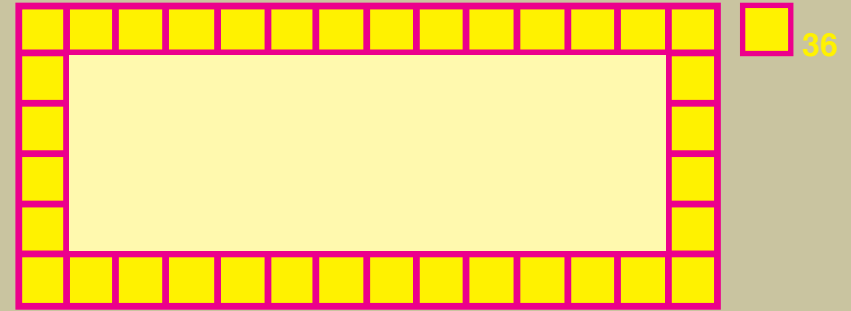
Nel campo **rosso** ce n'erano trentasei. Poi contò quelli del campo **celeste**. Anche questi erano trentasei.

— Il giro è lo stesso, — disse.

— Vedi? I campi sono uguali.

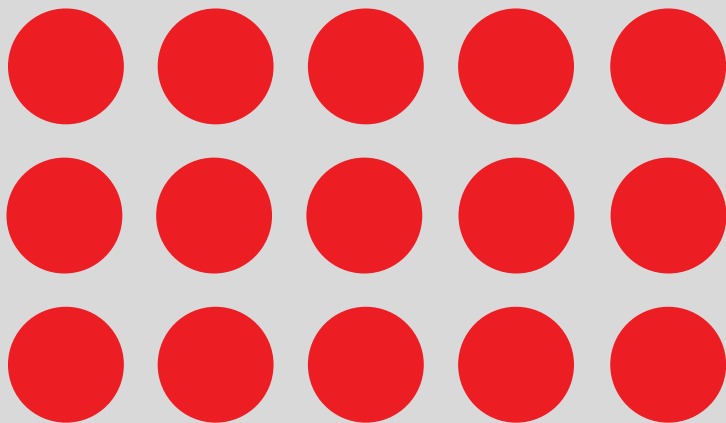
— No — disse Imhep, — il giro è uguale ma i campi no. Sarebbero uguali se le piante si mettessero solo sul bordo. Ma si pianta anche dentro il campo, e bisogna tener conto anche dei quadretti che stanno dentro.

— Ma allora come si misurano i campi?

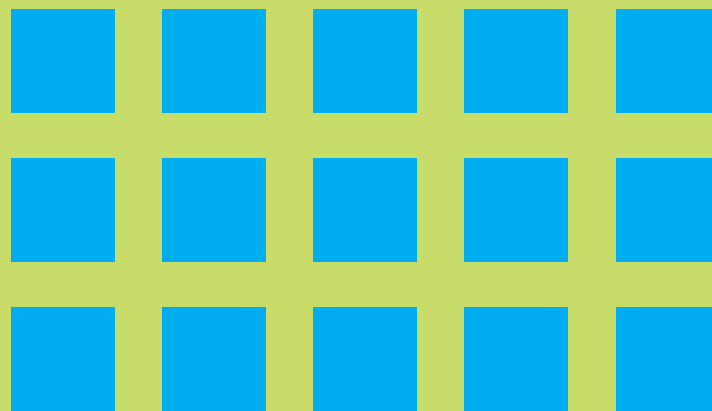


A questo Imhep non aveva pensato e sul momento non seppe cosa rispondere. Più tardi però si ricordò di quando a scuola gli insegnavano le moltiplicazioni.  
— Se vuoi moltiplicare tre per cinque — diceva il maestro — devi fare tre righe di cinque puntini l'una.

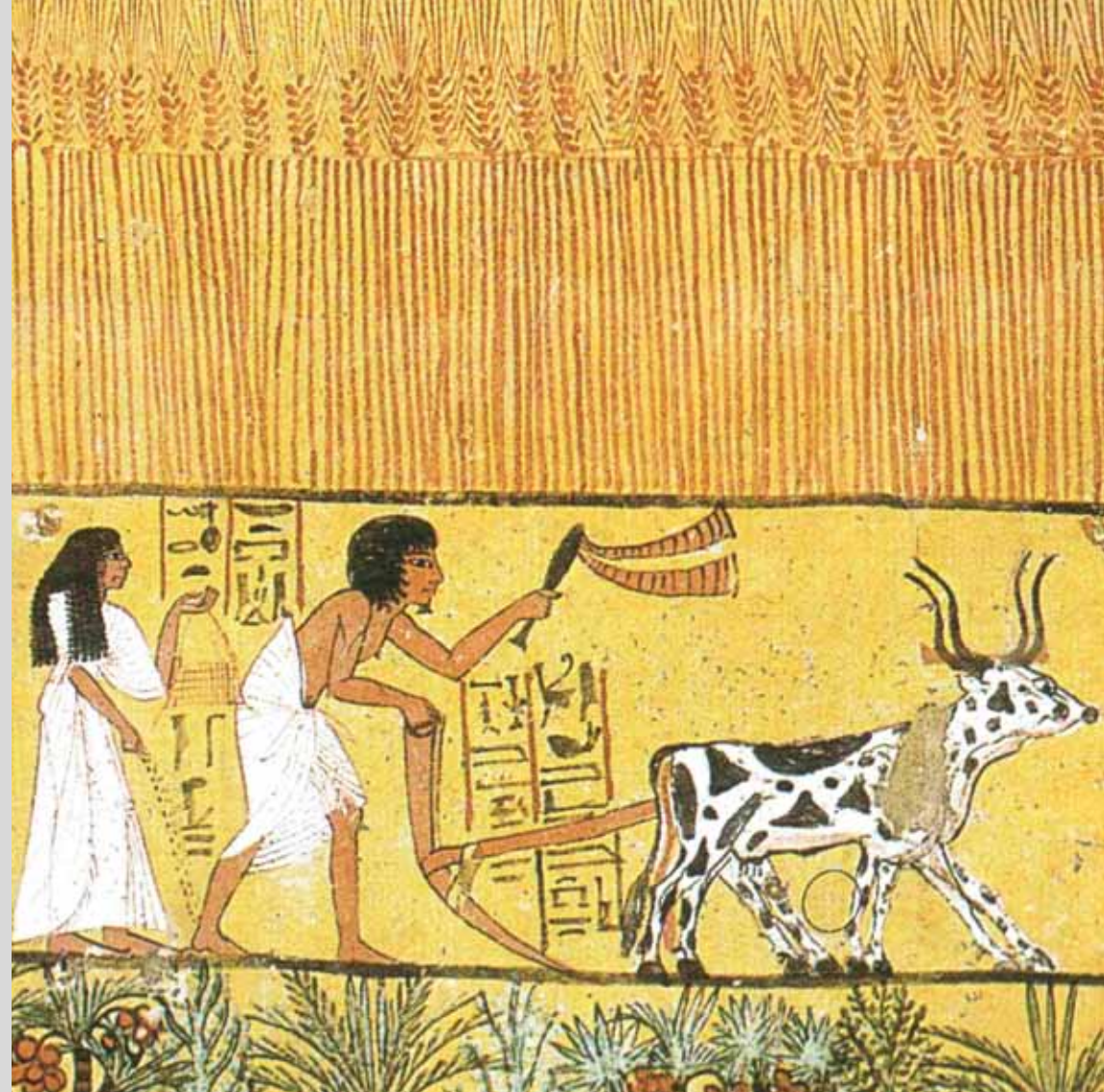
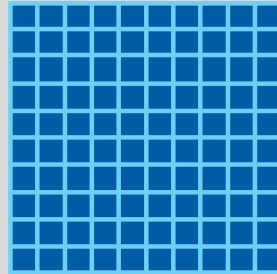
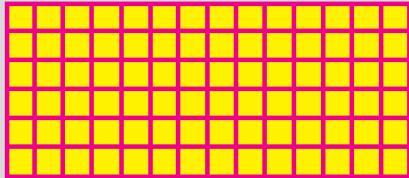
Imhep disegnò i puntini e li contò: quindici.



E se invece dei puntini ci mettessi dei quadratini?



Ecco un campo: cinque cubiti da una parte e tre cubiti dall'altra. In totale ci semino quindici manciate di semi. E nel campo di Inoru? C'erano quattordici cubiti da una parte e sei dall'altra. Per trovare quante manciate di semi poteva contenere bisognava moltiplicare quattordici per sei: ottantaquattro. Invece il campo del vicino era dieci cubiti da una parte e dieci dall'altra: cento manciate. Ecco come si deve calcolare, pensò Imhep. Quello che conta non è il giro (oggi noi diremmo il perimetro) del campo, ma l'area, cioè la superficie che si può coltivare, le piante che ci si possono mettere.



Quando Amhose tornò a casa, trovò Imhep che lo aspettava sulla porta.

— Padre, padre, ho trovato.

— Cosa hai trovato? — domandò Amhose, che a dire il vero si era dimenticato quello che aveva chiesto a suo figlio.

— Come si devono misurare i campi.

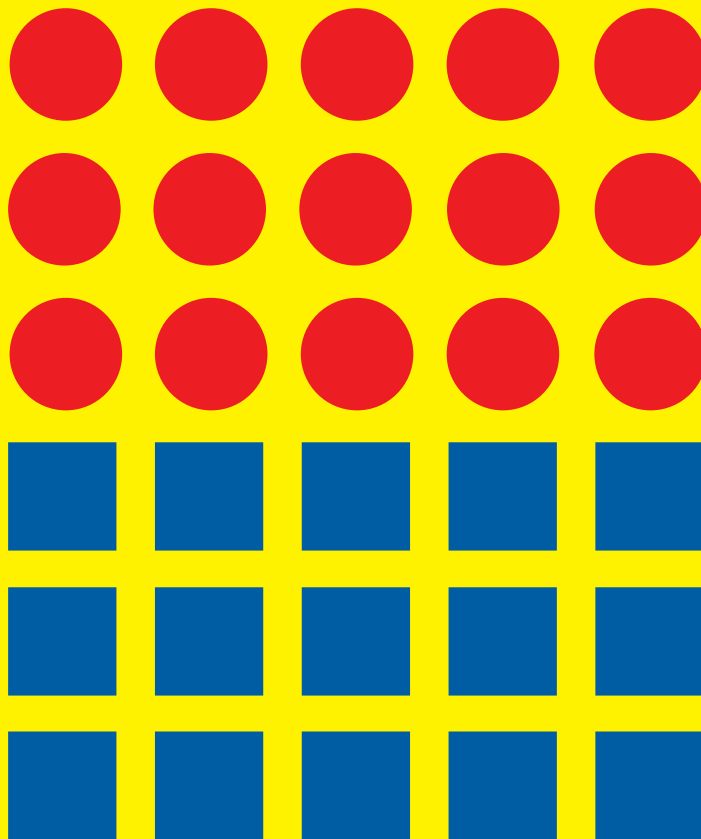
— Ah, sì? E come si fa?

— Non è il giro che conta, — rispose Imhep.

— Sì, questo lo sapevamo.

— Per trovare il giro bisogna sommare tutti i lati; invece per misurare la grandezza di un campo bisogna calcolarne la superficie, e per questo si deve moltiplicare un lato per l'altro.

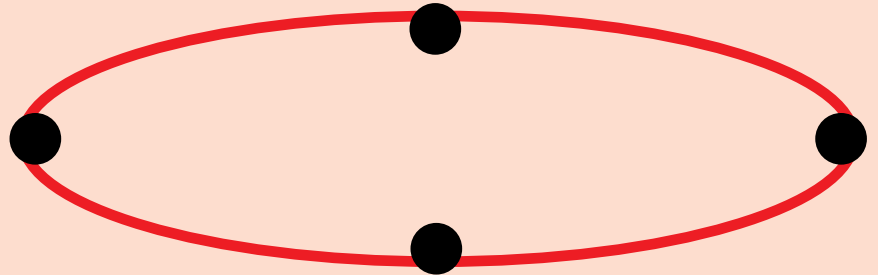
E qui Imhep gli fece vedere il suo disegno con i puntini e i quadratini.



Che Amhose fosse convinto della spiegazione del figliolo non potremmo dire di sicuro. Da una parte era chiaro che il giro non andava bene, dall'altra lasciare una pratica che si usava da tanto tempo e sostituirla con una nuova, per di più suggerita da un ragazzo (per quanto fosse suo figlio, Imhep era sempre un ragazzo) non gli andava troppo bene.

Allora pensò: se lascio tutti i campi con lo stesso giro, ma lo divido in quattro parti uguali, i campi avranno gli stessi lati, e quindi ognuno avrà lo stesso giro come si è sempre fatto, e in più i lati saranno uguali e andrà bene anche il calcolo di Imhep. E così fece: ordinò agli scribi di prendere la corda che usavano per misurare, e di fare quattro nodi a distanza di cento cubiti l'uno dall'altro. Questi nodi sarebbero serviti per fissare i picchetti, in modo che i campi avrebbero avuto tutti quattro lati uguali di cento cubiti l'uno.

Con questa corda si sarebbero misurati i campi d'ora in poi.





Le nuove misurazioni presero molto tempo, ma finalmente tutti ebbero i loro campi con i lati uguali. La maggior parte erano diritti, così:



Ma qualcuno era un po' inclinato, per seguire il corso del fiume, come quello di Inoru.



Tutti comunque avevano i lati uguali, ognuno di cento cubiti, cioè un *khēt*. Amhose era soddisfatto del lavoro. Era stato lungo, ma almeno nessuno si sarebbe più lamentato. Finché un giorno...

Tornando a casa con il giovane Imhep, Amhose trovò Inoru ad aspettarlo. Ci risiamo, pensò Amhose, ancora quello scocciatore. Non ce lo leveremo mai di torno?

— Cosa c'è ora? Non sei contento del tuo nuovo campo?

— È troppo piccolo.

— Ma è come tutti gli altri

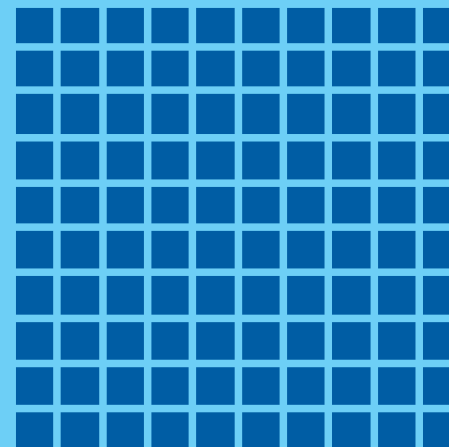
— No, disse Inoru. Quella del mio vicino è più grande.

— Va bene, ci penserò — disse, ed entrò a casa seguito da Imhep.

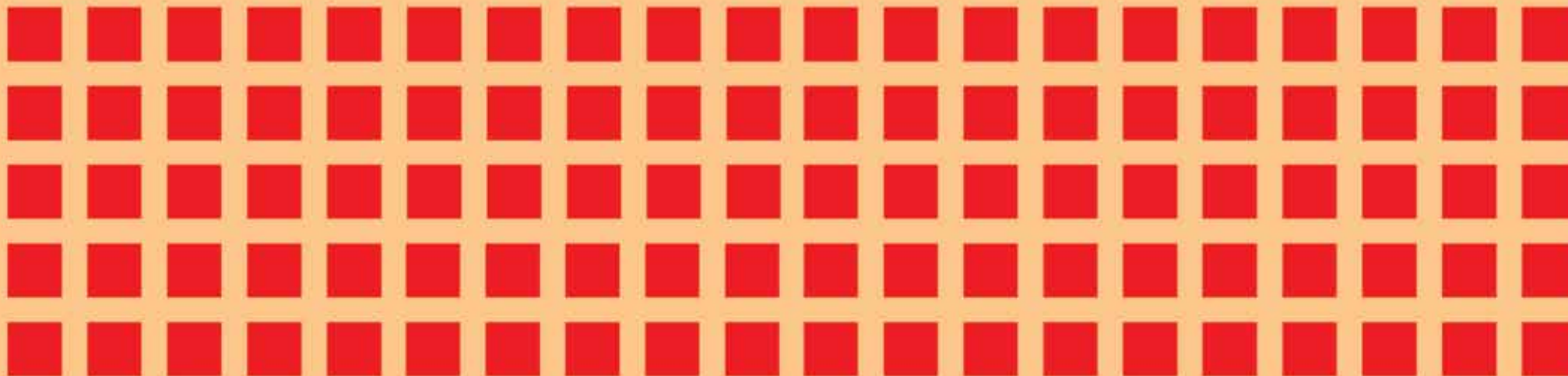
A dire il vero, Amhose non aveva nessuna intenzione di perdere tempo con Inoru e il suo campo, anche perché non sapeva che pesci pigliare.

Anche Imhep era rimasto sorpreso, ma conoscendo Inoru sapeva che non era tipo da parlare a vanvera. Se diceva che il suo campo era più piccolo, doveva essere senz'altro così. Così, una volta a casa, cominciò a provare con campi e quadratini. Si fece dare un foglio di papiro dal padre e disegnò il campo quadro, dieci cubiti per lato.

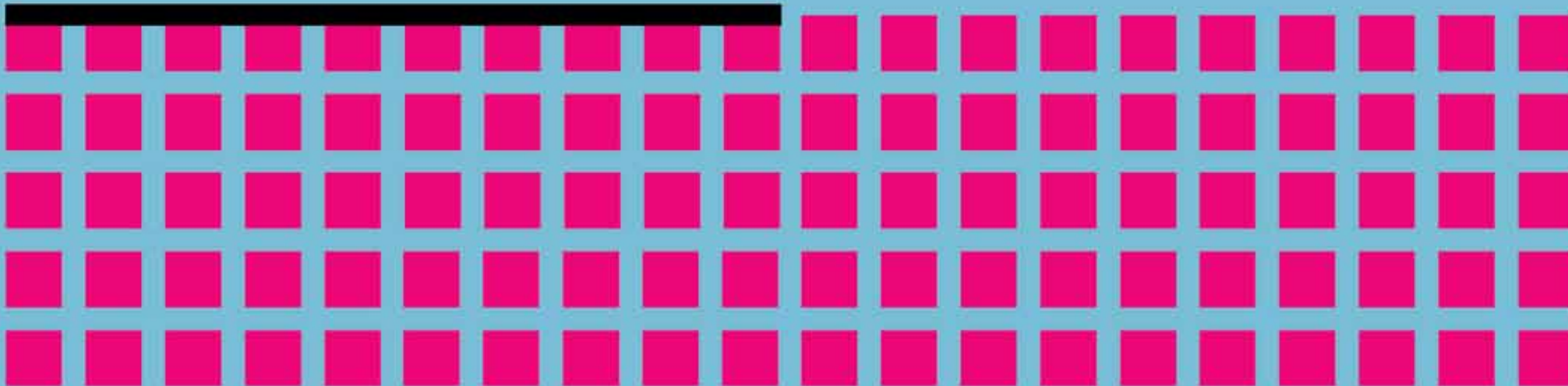
Lo sapeva già, ma per scrupolo ricontò: erano cento quadratini.



Ora doveva disegnare un campo inclinato.  
Cominciò a disegnare una striscia di cento quadratini  
con l'inchiostro rosso:

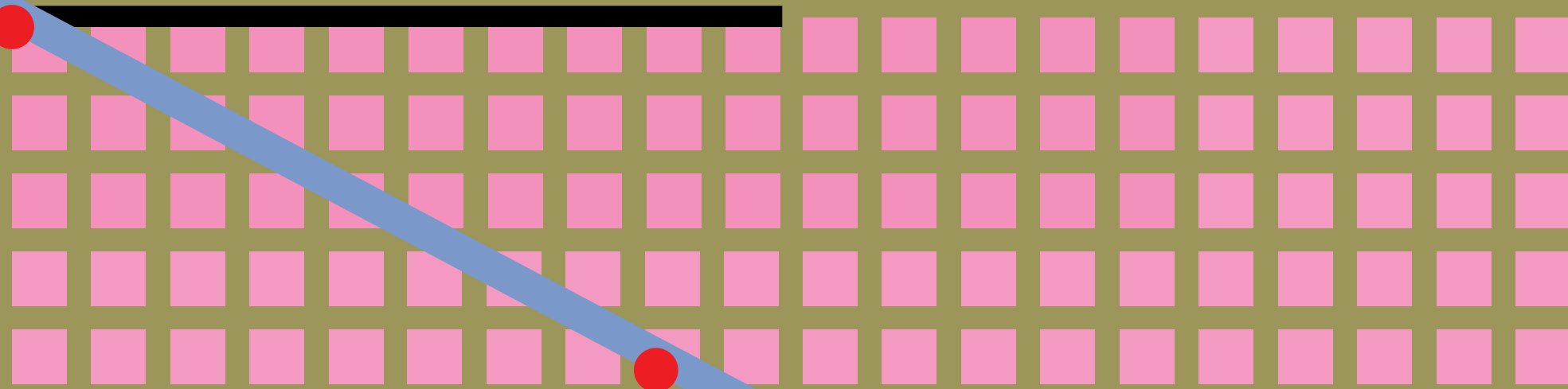


E sul lato superiore fece una linea di dieci cubiti.



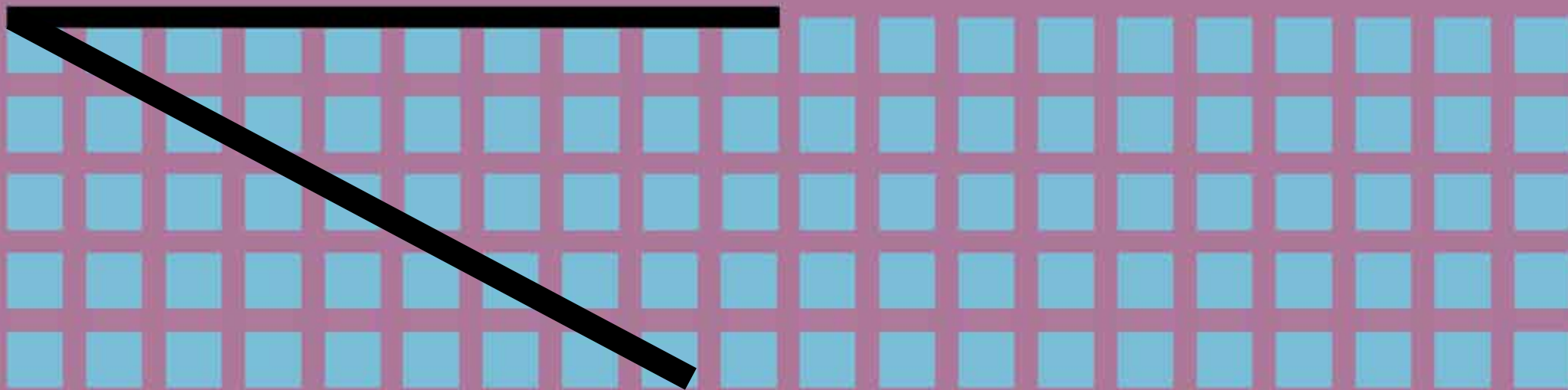
Ora però bisognava tracciare anche i lati inclinati, sempre di dieci cubiti. Imhep ebbe un'idea.

Poi, tenendo fermo un punto sull'angolo, ruotò la striscia finché l'altro punto arrivò al lato inferiore. Eccolo, disse fra sé e sé.

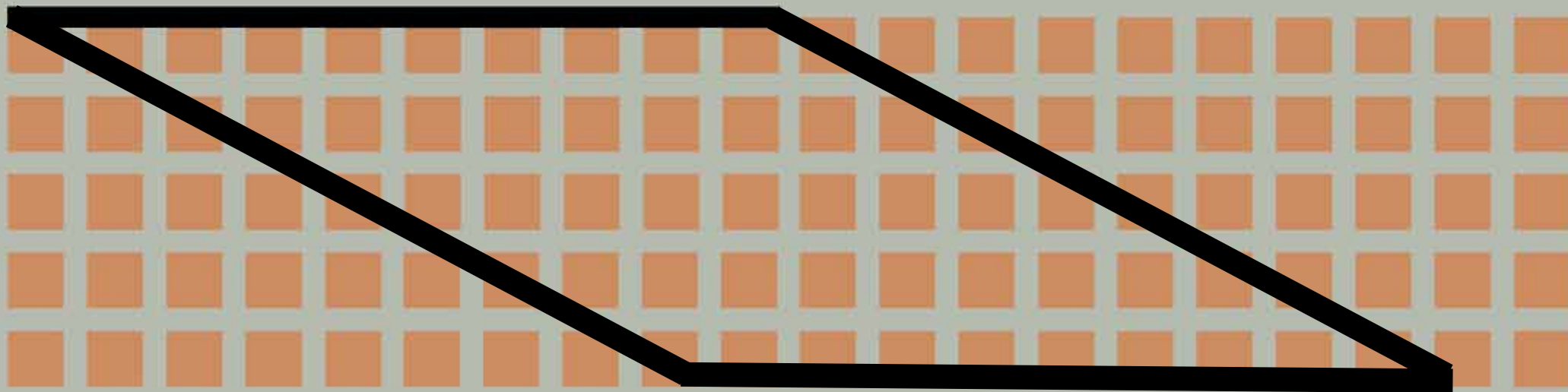


Prese una strisciolina di papiro, la mise sul lato che aveva già disegnato e ci segnò sopra due punti alle estremità.

A questo punto tracciò la riga obliqua, che era lunga esattamente dieci cubiti:



Poi ancora dieci cubiti sul lato inferiore,  
e infine unì i punti finali.  
— Ecco il campo di Inoru, — disse.



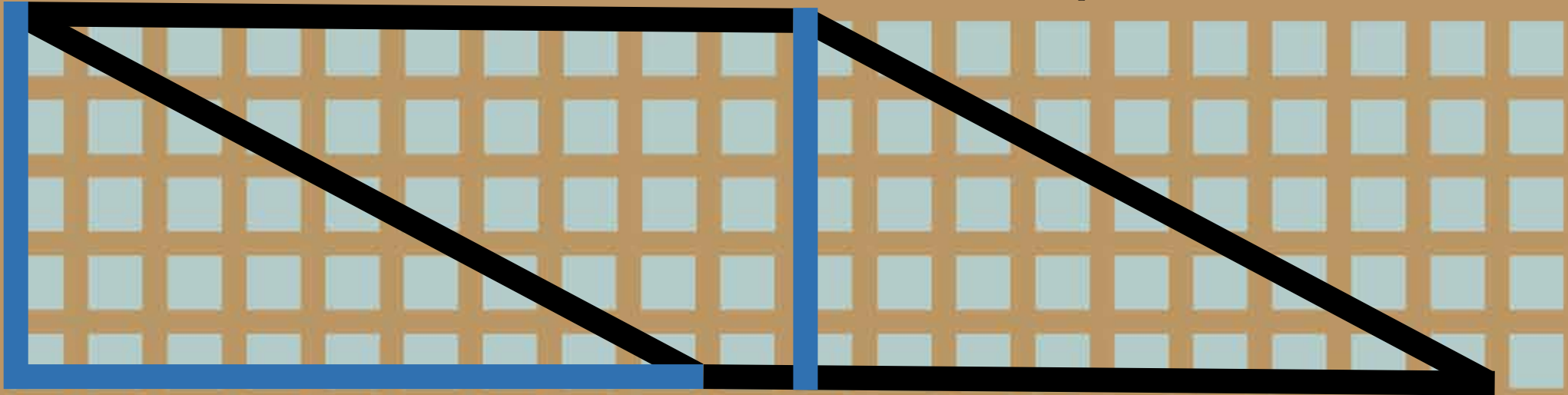
In effetti era un po' troppo lungo rispetto a quello vero,  
ma questo era secondario; quello che era importante  
è che tutti i lati fossero di dieci cubiti precisi.

Appena fatto il disegno, Imhep si accorse che qualcosa  
non andava.

— Non è possibile, — disse a voce alta anche  
se non c'era nessuno a sentirlo.

In effetti non era possibile che questo campo fosse uguale a quello diritto. Quello era di cento quadratini,

Bisognava trovare il modo di misurare il campo di Inoru e risolvere una volta per tutte questo problema dei campi. Ma come? Imhep non aveva nessuna idea.



qui cento quadratini erano tutta la striscia, e il campo era molto più piccolo. Imhep stava per correre dal padre, ma poi si trattenne.

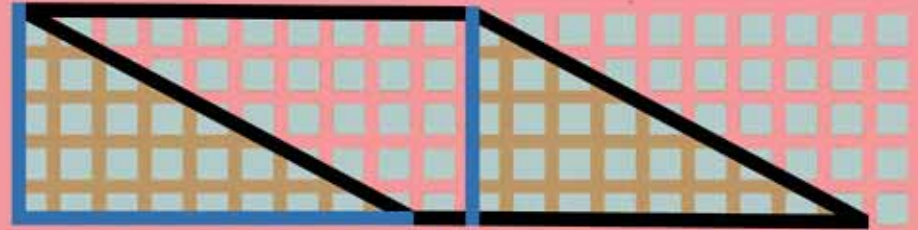
Allora prese una matita azzurra e tracciò i bordi della parte fuori dal campo. Poi dal vertice in alto tirò una linea verticale. All'improvviso vide la soluzione.



— **M**a questi due pezzi sono uguali, —  
disse indicando i due triangoli, quello a sinistra  
con due lati azzurri e quello a destra con un solo lato  
azzurro.

— E allora, se dal campo taglio il pezzo di destra  
e lo metto a sinistra, la superficie resta la stessa.

Ora il nuovo campo, quello lo sapeva calcolare.  
Era come il primo campo di Inoru, e per trovare  
la superficie si dovevano moltiplicare i lati.  
Imhep fece subito: dieci per cinque, cinquanta.  
Il campo era la metà di quello quadro.

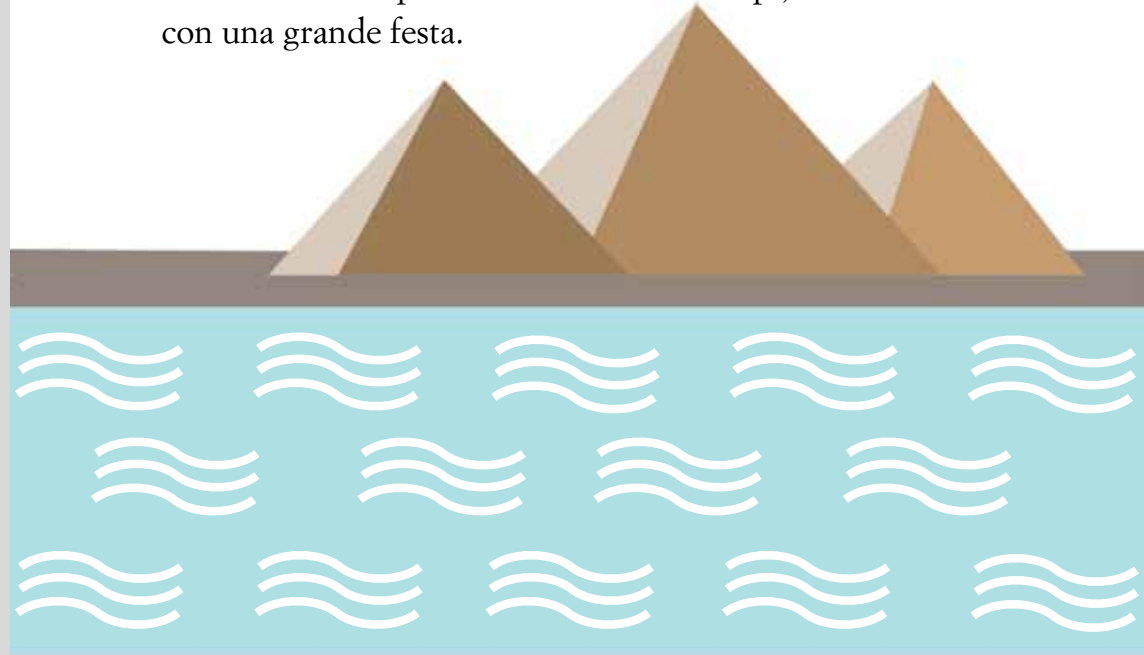


— **E**cco dove sta l'inghippo, — disse. — Non si devono moltiplicare i due lati, questo va bene solo quando sono diritti. Quando sono storti, inclinati insomma, bisogna moltiplicare il lato in basso, la base, non per l'altro lato, ma per l'altezza presa per diritto. Che è più piccola dell'altro lato. Aveva ragione Inuri a dire che gli era toccato un campo più piccolo di quello del vicino.

Quando Amhose lo seppe, fece un sospiro.  
— Bisogna ricominciare da capo, — disse. — Ma che sia l'ultima volta. Sei sicuro che ora tutto è a posto?

E infatti, una volta misurati i campi e dato a ognuno quanto gli spettava, non ci furono più lamentele, segno che la superficie calcolata da Imhep moltiplicando la base per l'altezza era quella giusta.

**Q**uesto avveniva poco prima della piena del Nilo, quando il fiume carico dell'acqua delle piogge, straripava inondando i campi e depositandovi nuova terra fertile. Era anche un periodo di riposo, in attesa che le acque si ritirassero e si potessero seminare i campi, e che finiva con una grande festa.



**F**u appunto tornando a casa dalla festa, che Imhep trovò ad attenderlo una figura nota. Era Inuri.

— Cosa fai qui? Non farti vedere da mio padre, — e lo spinse da una parte, fuori della strada, in modo che potessero parlare senza essere visti. —

Non mi dire che il tuo campo è più piccolo degli altri.

— No, il campo va bene. O almeno, andrebbe bene, ma ...

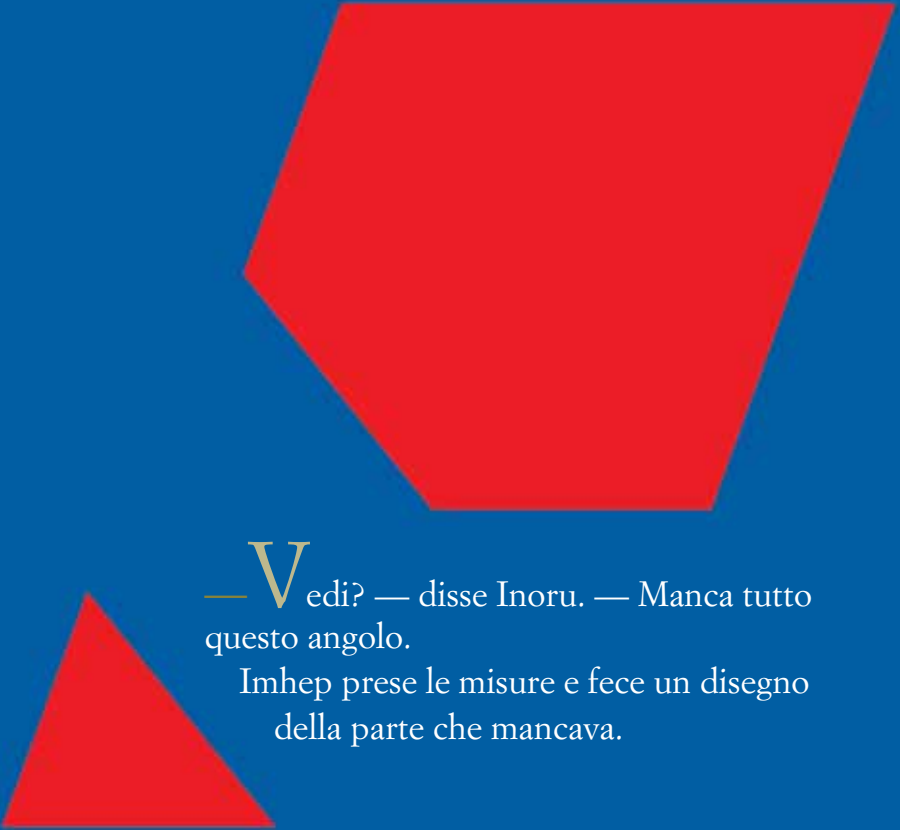
— Ma?

— Ma il fiume se ne è portato via un pezzo.

— Va bene, vengo a vedere domani.

In effetti, non era raro che il Nilo ritirandosi portasse via una parte del terreno sulla riva. E così era avvenuto al campo di Inoru.

Quando la mattina dopo Imhep andò a vedere, il campo di Inoru si presentava così.



**V**edi? — disse Inoru. — Manca tutto questo angolo.

Imhep prese le misure e fece un disegno della parte che mancava.

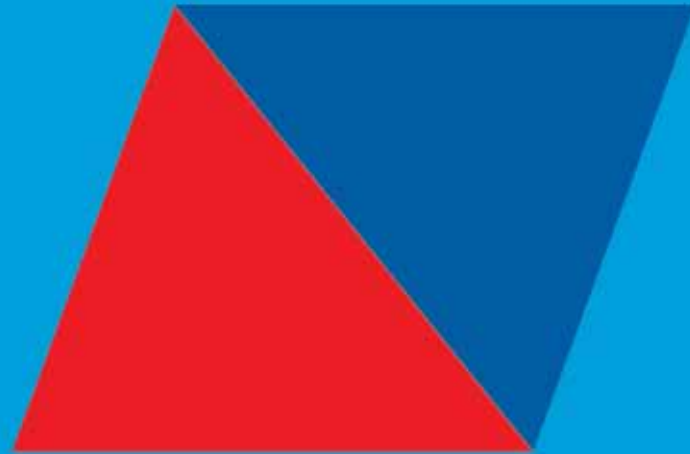
Il problema era: come calcolare la superficie di questo campo? Finora tutti i campi misurati avevano quattro lati, mentre questo ne aveva solo tre. Ma ormai Imhep era diventato espertissimo: accanto a questo triangolo ne disegnò un secondo uguale, che insieme al primo formava un campo a quattro lati.

La superficie di questo campo doppio era uguale alla base per l'altezza, e quindi quella del triangolo era la metà. Molto semplice, vero?

Imhep riferì tutto al padre Amhose.

— Bene — disse, — gli diminuiremo le tasse. E tu sarai incaricato per il futuro di eseguire le misure dei campi.

Fu così che Imhep inventò il metodo per misurare tutte le specie di campi e diventò il primo architetto del faraone.



Con queste parole il vecchio finì la sua storia. Il giovane, un greco di nome Erodoto, aveva ascoltato in silenzio. Stava girando il mondo per raccogliere le storie dei tempi antichi e riunirle in un grande racconto. Di quello che gli aveva raccontato il vecchio scrisse:

*Il re Sesostri distribuì il territorio fra tutti gli egiziani, dando a ciascuno un lotto uguale, e secondo questa suddivisione si procurava le entrate, avendo imposto il pagamento di un tributo annuo. Se il fiume asportava da un podere una qualche parte, il proprietario, recatosi dal re, gli segnalava l'accaduto; egli allora mandava funzionari che osservavano e misuravano di quanto terreno era divenuto più piccolo, affinché per l'avvenire il proprietario pagasse in misura minore proporzionale il tributo.*

*Io ritengo che in seguito a ciò abbia avuto origine la geometria e sia poi passata in Grecia.*

